



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE YUCATÁN

FACULTAD DE MATEMÁTICAS

ANÁLISIS Y PROCESAMIENTO DE IMÁGENES
ECOCARDIOGRÁFICAS EN MODELO MURINO.

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
Maestro en Ciencias de la Computación

PRESENTA:

Rafael Adrián Viana Cámara

ASESORES DE TESIS:

Dr. Anabel Martin-Gonzalez

Dr. Nidiyare Hevia Montiel

Dr. Carlos Brito-Loeza

Mérida, Yucatán, 2019



Dedicado a
mis padres y abuelos

Agradecimientos

Primero agradezco a mis padres por el apoyo que siempre me brindan, en especial a mi mamá por enseñarme a perseguir mis sueños y no rendirme en las adversidades, por enseñarme fortaleza y responsabilidad, así como su apoyo incondicional.

Agradezco a mis asesores de tesis: Dr. Carlos Brito Loeza por su paciencia y entusiasmo, insistencia y conocimiento hacia mi y el proyecto, a la Dra. Anabel Martín González por brindar su conocimiento y experiencia, y a la Dra. Nidiyare Hevia Montiel por su amabilidad, asistencia, experiencia y conocimientos brindados para el proyecto.

Un especial agradecimiento a la Dra. Paulina Haro por recibirme en el laboratorio Dr. Hideyo Noguchi y apoyarme en la realización de la segmentación manual de imágenes.

Agradezco al CONACYT por la beca otorgada para cursar la maestría.

Resumen

La enfermedad de Chagas, también llamada tripanosomiasis americana, es una enfermedad potencialmente mortal causada por el parásito protozooario *Trypanosoma cruzi*. Debido a que los parásitos permanecen ocultos principalmente en el músculo cardíaco, con el paso de los años la infección puede causar muerte súbita por arritmias cardíacas o insuficiencia cardíaca. En el presente trabajo se ofrece una técnica de segmentación semiautomática del ventrículo izquierdo en imágenes ecocardiográficas del modelo murino empleando técnicas de contornos activos sin bordes y segmentación de conjuntos de nivel basados en el uso de una forma a priori. El primer paso consta de construir una base de datos de imágenes segmentadas manualmente de las cuales se obtienen las máscaras, se promedian y mediante el algoritmo de reinicialización se calcula el conjunto de nivel. Después se aplica la técnica de contornos activos sin bordes la cual dada una imagen u_0 y dado un contorno inicial C_0 se pretende minimizar las funcionales, de tal manera que el contorno inicial sea lo más ajustado al contorno del objeto dentro de la imagen u_0 , a la cual se le añade una restricción de forma mediante los conjuntos de nivel calculados con anterioridad de tal manera que el algoritmo le de más peso a la forma del objeto que queremos encontrar (ventrículo izquierdo) que a las variaciones de intensidades de los píxeles. Las pruebas realizadas fueron en pacientes de control, a pesar de los artefactos característicos de este tipo de imágenes (atenuación, moteado, sombras y pérdida de señal) fue posible la segmentación de la región del ventrículo izquierdo bajo un pre procesamiento de las imágenes. El resultado final del algoritmo es una máscara que representa el contorno o región ocupado por el ventrículo izquierdo, es posible medir la precisión del algoritmo comparándolo con la máscara segmentada manualmente.

Índice general

Agradecimientos	II
Resumen	III
Lista de figuras	VI
Lista de tablas	1
1. Introducción	2
1.1. Introducción	2
1.2. Objetivo general	3
1.3. Objetivos específicos	3
1.4. Estructura de la tesis	4
2. Estado del arte	5
3. Marco teórico	33
3.1. Segmentación basada en modelos	33
3.2. Descripción del modelo de forma a priori	50
3.3. Generación del conjunto nivel de la forma a priori	51
3.4. Implementación numérica del modelo de forma a priori	53
3.5. Resumen	54
4. Metodología	55
4.1. Metodología clínica para obtención de las imágenes	55
4.2. Proceso de extracción de imágenes a partir de videos	64
4.3. Segmentación manual usando ITK-SNAP	69
4.4. Resumen	80

5. Experimentos y resultados	81
5.1. Materiales	81
5.2. Segmentación manual de las imágenes para la construcción de la base de datos.	82
5.3. Generación de los conjuntos de nivel	84
5.4. Búsqueda de los parámetros α , dt y μ	92
5.5. Prueba del algoritmo	98
5.6. Resumen	111
6. Conclusión	113
6.1. Conclusiones	113
6.2. Trabajo a futuro	114
Bibliografía	115

Índice de figuras

2.1.	En la primera fila encontramos la imagen original y la forma a priori. De la segunda fila a la cuarta cada columna representa respectivamente el paso inicial, medio y final de la función de segmentación ϕ , función de etiquetado L , función de forma ψ , y la segmentación objetivo, la cual es representada por los límites de la región $\{\phi > 0\} \cap \{L > 0\}$ [3]	8
------	--	---

2.2.	Diagrama de flujo del método de segmentación del ventrículo izquierdo humano expuesto en [12]. Una etapa de entrenamiento en la cual se preparan el conjunto de imágenes de entrenamiento del ventrículo izquierdo, se obtiene un conjunto de imágenes de entrenamiento combinado con delineados por expertos médicos, a este conjunto de imágenes se le aplica una reparametrización de los contornos para obtener coeficientes de la transformada de coseno discreto y reemplazar las coordenadas espaciales, luego se aplica Análisis de Componentes Principales para encontrar los modos más fuertes de variación de forma, se obtiene como resultado la forma ventricular promedio representada por los coeficientes de la transformada de coseno discreto promedio. Después del entrenamiento para la aplicación del algoritmo, al realizar la segmentación de una nueva imagen se inicializa la serpiente la cual no se permite que se deforme libremente, sino que sus deformaciones están limitadas de tal manera que el contorno resultante sea similar al conjunto de entrenamiento, para conseguir las deformaciones restringidas se obtienen los coeficientes de la transformada de coseno discreto para las coordenadas de contorno activas, para después ser proyectadas en un espacio de serpiente permitido el cual está definido por los principales componentes principales obtenidos con anterioridad. Después se realiza una transformada inversa de los coeficientes de coseno discreto que convierte el dominio de frecuencia de formas en coordenadas espaciales, este proceso se repite hasta que el algoritmo converge, lo cual sucede cuando la mayoría de los nodos de la serpiente no cambian sus ubicaciones significativamente.	10
2.3.	El progreso ((a) a (d)) de una serpiente superpuesta en una imagen de ultrasonido del ventrículo izquierdo (discontinua) y el resultado del truncamiento de los coeficientes de la transformada del coseno y la proyección de los coeficientes de la transformada inversa del coseno (continuo).	11
2.4.	Segmentación de una imagen ultrasonido de pecho con bajo contraste y límites borrosos: (a) podemos ver la imagen original (el contorno blanco marca la delineación manual promediada de la región del tumor de pecho); (b) la región del tumor generada por el modelo GAC; (c) la región del tumor generado por el modelo ACWE; (d) la región del tumor generado por el enfoque en [5]; y (e) la región del tumor generado por el algoritmo propuesto en el artículo.	24
2.5.	Pasos del algoritmo de segmentación expuesto en [18].	25

2.6.	Imagen de salida en los pasos de segmentación: (a) imagen original, (b) imagen mejorada con contornos activos sin bordes (paso 1), (c) imagen suavizada con difusión anisotrópica no lineal (paso 2), (d) resultado del umbral adaptativo (paso 3), (e) imagen de salida después de aplicar un umbral adaptativo en la imagen original (paso 4), (f) imagen obtenida al combinar las imágenes u_3 y u_4 (paso 5), (g) Imagen resultante de conectar los píxeles del primer plano en islas de corte y eliminar aquellas islas con una intensidad baja (Paso 6), (h) Imagen final después de aplicar el paso de llenado del orificio (Paso 7) [18].	26
2.7.	La primera imagen de cada fila es la proyección de intensidad máxima de los datos sin procesar, y la segunda y la tercera son los resultados de la segmentación desde dos puntos de vista ortogonales. Estos resultados se obtienen por el método mencionado en el artículo [17] donde la superficie inicial era una barra vertical	27
2.8.	Resultado de la segmentación del modelo en [25].	28
2.9.	(a)-(c) Plantillas de forma representativas, (d)-(f) resultados de segmentación óptimos [7].	28
2.10.	Evolución del límite para la formulación de conjuntos de niveles de Chan-Vese de la funcionalidad de Mumford-Shah constante por partes (con una función de conjuntos de un solo nivel). El contorno evoluciona para separar zonas brillantes y oscuras. Debido a la representación implícita del conjunto de niveles, la topología no está restringida, lo que permite dividir y fusionar el límite. [10].	29
2.11.	Segmentación con etiquetado dinámico y forma a priori. La primera fila corresponde a la evolución de los límites de segmentación minimizando la funcional. El objeto de anillo se reconstruye según la forma anterior, mientras que la segmentación correcta de la pluma no se ve afectada por la anterior. Lo anterior afecta a la función de conjunto de niveles ϕ incrustada solo en las regiones indicadas por la función de etiquetado dinámico que evoluciona simultáneamente. La otra fila corresponde a la evolución del etiquetado dinámico L durante la minimización de la energía [10].	29
2.12.	Conjunto de entrenamiento [28].	30
2.13.	Resultado de la alineación del conjunto de entrenamiento [28].	30
2.14.	(a) La forma media. (b) y (c) variación del primer modo principal en $\pm 1\sigma$. (d) y (e) variación del segundo modo principal en $\pm 1\sigma$ [28].	30

2.15. Segmentación de la prostata de dos pacientes con el mismo modelo de forma. Cada fila muestra cortes axiales de la misma segmentación para un paciente. La segmentación manual es en negro y la automática en blanco. [9].	31
2.16. Ejemplo del algoritmo y suavizado de una imagen con cuatro distintas re- giones de fondo [27]	31
2.17. Tabla de los artículos revisados en la tesis	32
3.1. Función algoritmo Chan-Vese [4].	47
4.1. A. Sonda en eje largo. B. Sonda en eje corto.(Fotografía obtenida de: Área de Imagenología y Señales Médicas CIR-UADY)	56
4.2. Monitoreo y mantenimiento anestésico durante el procedimiento de ecocar- diografía. A. Ratón sobre plataforma térmica y electrodos conectados para el monitoreo de las constantes fisiológicas, así como la mascarilla con iso- flurano para mantener la anestesia. B. Monitor quirúrgico que permite la visualización de las frecuencias cardíaca y respiratoria, temperatura corpor- al y de la plataforma térmica durante el procedimiento. (La fotografía se obtuvo de: Área de Imagenología y Señales Médicas CIR-UADY)	57
4.3. Sistema de ultrasonido Mylab Seven (ESAOTE)	57
4.4. Transductor lineal de 22Mhz.	58
4.5. Imagen longitudinal del corazón. Imagen de salida sin edición.	60
4.6. Imagen transversal del corazón. Imagen de salida sin edición.	61
4.7. Imagen longitudinal del corazón y el modo M.	62
4.8. Imagen transversal del corazón y el modo M.	63
4.9. Ejecución de la aplicación de conversión de videos a imágenes	65
4.10. Interfaz de la aplicación	65
4.11. Selección del video a convertir	65
4.12. Muestra del video seleccionado	66
4.13. Estado del proceso de conversión	66
4.14. Éxito en la conversión	66
4.15. Conversión finalizada	67
4.16. Ejecución de la aplicación.	68
4.17. Interfaz de la aplicación.	68
4.18. Selección del área a ser recortada.	68
4.19. Resultados del recorte aplicado.	69
4.20. Segmentación manual usando ITK-SNAP: Paso 1 (Cargando una imagen en formato NiFTI)	70

4.21. Segmentación manual usando ITK-SNAP: Paso 2 (Cargando una imagen en formato NiFTI)	71
4.22. Segmentación manual usando ITK-SNAP: Paso 3 (Cargando una imagen en formato NiFTI)	72
4.23. Segmentación manual usando ITK-SNAP: Paso 3 (Cargando una imagen en formato NiFTI)	72
4.24. Segmentación manual usando ITK-SNAP: Paso 4 (Configuración del entorno).	73
4.25. Segmentación manual usando ITK-SNAP: Paso 4 (Configuración del entorno).	74
4.26. Segmentación manual usando ITK-SNAP: Paso 5 (Configuración del entorno).	74
4.27. Segmentación manual usando ITK-SNAP: Paso 5 (Configuración del entorno).	75
4.28. Segmentación manual usando ITK-SNAP: Paso 6 (Selección y ajuste del área a segmentar).	76
4.29. Segmentación manual usando ITK-SNAP: Paso 6 (Selección y ajuste del área a segmentar).	76
4.30. Segmentación manual usando ITK-SNAP: Paso 7 [31]	77
4.31. Segmentación manual usando ITK-SNAP: Paso 7 [31]	78
4.32. Segmentación manual usando ITK-SNAP: Paso 8 (Guardando la segmentación realizada)	79
4.33. Segmentación manual usando ITK-SNAP: Paso 8 (Guardando la segmentación realizada)	79
5.1. a) Imagen de entrada ventrículo en diástole. b) Resultado de la segmentación manual.	82
5.2. a) Imagen de entrada ventrículo en sístole. b) Resultado de la segmentación manual.	83
5.3. a) Imagen de entrada ventrículo en diástole. b) Resultado del segundo tipo de segmentación manual.	83
5.4. a) Imagen de entrada ventrículo en sístole. b) Resultado del segundo tipo de segmentación manual.	84
5.5. Máscaras de paciente de control (diástole).	84
5.6. Promedio de las máscaras del paciente de control (diástole).	85
5.7. Máscaras de paciente de control (sístole).	85
5.8. Promedio de las máscaras del paciente de control (sístole).	85
5.9. Máscaras de paciente de control debido al leve desplazamiento del transductor (diástole).	85
5.10. Promedio de las máscaras del paciente de control debido al leve desplazamiento del transductor (diástole).	86

5.11. Máscaras de paciente de control debido al leve desplazamiento del transductor (sístole).	86
5.12. Promedio de las máscaras del paciente de control debido al leve desplazamiento del transductor (sístole).	86
5.13. Conjunto nivel del promedio de las máscaras (diástole).	87
5.14. Conjunto nivel del promedio de las máscaras (sístole).	88
5.15. Conjunto nivel del promedio de las máscaras con leve desplazamiento del transductor (diástole).	89
5.16. Conjunto nivel del promedio de las máscaras con leve desplazamiento del transductor (sístole).	90
5.17. Resultado de la segmentación con $\alpha = 0,01$, un tamaño de paso $dt = 0,1$ y $\mu = 0,2$ fijo.	92
5.18. Resultado de la segmentación con $\alpha = 1$, un tamaño de paso $dt = 0,1$ y $\mu = 0,2$ fijo.	93
5.19. Resultado de la segmentación con $\alpha = 15$, un tamaño de paso $dt = 0,1$ y $\mu = 0,2$ fijo.	95
5.20. Resultado de la segmentación con $\alpha = 30$, un tamaño de paso $dt = 0,25$ y $\mu = 0,2$ fijo.	96
5.21. Resultado de la segmentación $\alpha = 50$, $dt = 0,5$ y $\mu = 0,2$	97
5.22. Segmentación resultante en diástole sin y con operación morfológica.	99
5.23. Segmentación resultante en diástole sin y con operación morfológica.	99
5.24. Segmentación resultante en diástole sin y con operación morfológica.	100
5.25. Segmentación resultante en diástole sin y con operación morfológica.	100
5.26. Segmentación resultante en diástole sin y con operación morfológica.	100
5.27. Segmentación resultante en sístole sin y con operación morfológica.	101
5.28. Segmentación resultante en sístole sin y con operación morfológica.	101
5.29. Segmentación resultante en sístole sin y con operación morfológica.	102
5.30. Segmentación resultante en sístole sin y con operación morfológica.	102
5.31. Segmentación resultante en sístole sin y con operación morfológica.	102
5.32. Segmentación resultante en diástole con leve desplazamiento sin y con operación morfológica.	103
5.33. Segmentación resultante en diástole con leve desplazamiento sin y con operación morfológica.	103
5.34. Segmentación resultante en diástole con leve desplazamiento sin y con operación morfológica.	104

5.35. Segmentación resultante en diástole con leve desplazamiento sin y con operación morfológica.	104
5.36. Segmentación resultante en diástole con leve desplazamiento sin y con operación morfológica.	105
5.37. Segmentación resultante en sístole con leve desplazamiento sin y con operación morfológica.	105
5.38. Segmentación resultante en sístole con leve desplazamiento sin y con operación morfológica.	106
5.39. Segmentación resultante en sístole con leve desplazamiento sin y con operación morfológica.	106
5.40. Segmentación resultante en sístole con leve desplazamiento sin y con operación morfológica.	107
5.41. Segmentación resultante en sístole con leve desplazamiento sin y con operación morfológica.	107

Índice de tablas

5.1. Resultados del ventrículo en diástole sin aplicar operaciones morfológicas y aplicándolas	108
5.2. Resultados del ventrículo en sístole sin aplicar operaciones morfológicas y aplicándolas	109
5.3. Resultados del ventrículo en diástole con leve desplazamiento sin aplicar operaciones morfológicas y aplicándolas	110
5.4. Resultados del ventrículo en sístole con leve desplazamiento sin aplicar operaciones morfológicas y aplicándolas	111

Capítulo 1

Introducción

1.1. Introducción

La enfermedad de Chagas, también llamada tripanosomiasis americana, es una enfermedad potencialmente mortal causada por el parásito protozoo *Trypanosoma cruzi* [29]. Ésta consta de dos fases claramente diferenciadas: aguda y crónica. Inicialmente, la fase aguda dura unos dos meses después de contraerse la infección, en ella circulan por el torrente sanguíneo una gran cantidad de parásitos. En la mayoría de los casos no hay síntomas o estos son leves y no específicos. En la fase crónica, los parásitos permanecen ocultos principalmente en el músculo cardíaco y digestivo. Hasta un 30 % de los pacientes sufren trastornos cardíacos y hasta un 10 % presentan alteraciones digestivas (típicamente, agrandamiento del esófago o del colon), neurológicas o mixtas. Con el paso de los años, la infección puede causar muerte súbita por arritmias cardíacas o insuficiencia cardíaca progresiva por destrucción del músculo cardíaco y sus innervaciones [21] .

Con la finalidad de estudiar y analizar las reacciones de la enfermedad se hace uso del modelo murino (uso de cepas de ratones especiales para estudiar una enfermedad o afección humana, así como la manera de prevenirla y tratarla), ya que resulta ser muy útil en la investigación de la enfermedad de Chagas [32], debido a que posee mucha de las características inmunológicas, patológicas y fisiológicas de la enfermedad de Chagas en humanos y presenta una mayor facilidad de manejo y adquisición de muestras comparados con otros animales, así como un costo menor. A partir de los estudios ecocardiográficos para el seguimiento de las cepas de ratones infectados, se obtiene como resultado videos en ultrasonido del corazón donde su anatomía y los daños causados debido a la enfermedad resultan complicados de apreciar debido a la condición misma de la imagen ultrasónica.

La técnica de ultrasonido empleada es una modalidad que utiliza ondas de sonido de alta frecuencia para proporcionar imágenes transversales del cuerpo. Un transductor rea-

liza dos funciones: emite ondas de sonido (ecos) a una cierta frecuencia y capta los ecos de retorno en frecuencias dependientes de los tejidos a través de los cuales atraviesan las ondas. La onda de sonido que se devuelve al transductor se digitaliza para que aparezca como ecos o puntos en la pantalla [22]. De igual manera, la imagen de ultrasonido diagnóstico se utiliza en casi todos los campos médicos y se reconoce como una modalidad cada vez más importante en una variedad de situaciones clínicas. Este modo de imagen está evolucionando rápidamente con avances importantes en la tecnología de transductores y rutinas de formación de imágenes más sofisticadas [2], a pesar de estos avances la segmentación de este tipo de imágenes está fuertemente influenciada por la calidad de los datos. Hay artefactos característicos que complican la tarea de segmentación, como la atenuación, el moteado, las sombras y pérdida de la señal; debido a la dependencia de la orientación de la adquisición que puede dar como resultado límites faltantes. Por lo tanto surgen complicaciones adicionales ya que el contraste entre las áreas de interés a menudo es bajo [20].

Para reducir los imperfectos encontrados en las imágenes y videos en ultrasonido se pretende aplicar el algoritmo de variación total ROF (Rudin-Osher-Fatemi), el cual se basa en el principio de que las señales con detalles excesivos y posiblemente espurios tienen una variación total alta, es decir, la integral del gradiente absoluto de la señal es alta [26]. Siguiendo este principio, la reducción de la variación total de la señal sujeta a que sea una coincidencia cercana a la señal original, elimina los detalles no deseados y conserva detalles importantes, como los bordes.

Con la reducción de los artefactos o imperfectos encontrados en las imágenes obtenidas a partir de los videos en ultrasonido, se crea una base de datos de imágenes del ventrículo izquierdo segmentado manualmente. Con la base de datos de imágenes se aplica el algoritmo de conjuntos de nivel para obtener el modelo de forma a priori el cual se combina con el enfoque de Chan-Vese para la detección de los bordes y contornos, dando una mayor prioridad a la forma del ventrículo izquierdo.

1.2. Objetivo general

Diseñar una técnica de procesamiento digital de imágenes en ultrasonido para la detección y segmentación del ventrículo izquierdo con la finalidad de detectar cardiopatías.

1.3. Objetivos específicos

- Construir una base de datos de imágenes etiquetadas.

- Aplicar un algoritmo para la reducción del ruido y artefactos en las imágenes en ultrasonido.
- Diseñar una técnica de segmentación de imágenes para la detección del ventrículo izquierdo.

1.4. Estructura de la tesis

De aquí en adelante el presente trabajo de tesis se dividirá en capítulos de la manera siguiente:

- En el Capítulo 2 se describe el estado del arte, esto es, un conjunto de artículos recopilados que involucran métodos variacionales y están relacionados con el tema del trabajo de tesis aquí expuesto.
- En el Capítulo 3 encontramos el marco teórico, antecedentes y fundamentos requeridos y usados en la realización del proyecto de tesis.
- En el Capítulo 4 se explica la metodología usada en el laboratorio para la obtención de las imágenes en ultrasonido, así como el proceso usado para la conversión de estas en datos de entrada para el algoritmo.
- En el Capítulo 5 se encuentran los resultados experimentales de la segmentación realizada con el algoritmo desarrollado en el presente trabajo de tesis.
- En el Capítulo 6 se presentan y discuten las conclusiones del trabajo de tesis así como el trabajo a futuro.

Capítulo 2

Estado del arte

En el área de la computación las imágenes ecográficas representan un gran reto al momento de llevar a cabo su segmentación debido a que contienen mucho ruido, alto contenido de moteado y estructuras difusas. Por otro lado, en estas imágenes la información obtenida sobre los bordes suele aparecer incompleta, dándole un mayor énfasis si una determinada frontera entre tejidos es tangente a la dirección de propagación del ultrasonido, por lo que la zona afectada no será posible visualizarla en la imagen. Debido a lo anteriormente expuesto existe la necesidad y el interés de plantear el procesamiento de la imagen dentro de modelos computacionales especialmente adaptados, que de alguna forma limpien la imagen y completen la información faltante. Las técnicas clásicas de segmentación no siempre son eficientes al tratarse de imágenes ecográficas que presentan intrínsecamente una baja relación señal a ruido y una definición muy pobre en los contornos presentes. Dado lo anterior, es necesario usar técnicas que aporten una mayor robustez con la inclusión de algún tipo de supervisión o conocimiento a priori sobre las características de las regiones a segmentar. A continuación se describen algunos trabajos realizados que tienen una similitud con lo que se realiza en este trabajo de tesis que corresponden a la segmentación de imágenes médicas y el uso de modelos variacionales para dicho fin. Estas técnicas serán analizadas con base al orden establecido en la tabla de la Figura 2.17, empezando primero por el grupo de contornos activos, los que hacen uso de información previa, evolución de una curva y por último el modelo serpiente.

En [3] se propone un conjunto de nivel basado en un enfoque variacional, el cual incorpora el modelo de forma a priori en el modelo Chan-Vese con la finalidad de resolver el problema de segmentación de forma a priori. Se introduce otra función conjunto de nivel de etiquetado para indicar las regiones donde la forma previa debe ser comparada. El método que nos presentan es capaz de segmentar un objeto cuya forma es similar al modelo de forma a priori dado, esto desde un fondo donde se encuentran muchos objetos. El modelo

se divide en segmentación del modelo de forma a priori para caso simple y luego para casos generales. Es considerado caso simple aquel donde sólo se encuentra un objeto dentro de la imagen dada. Sea $u : \Omega \rightarrow R$ la imagen definida en el dominio Ω , ϕ una función conjunto de nivel para segmentación y ψ una función de distancia con signo para una forma dada. Sea ψ_0 una función de distancia con signo fija para la forma, entonces ψ y ψ_0 están relacionados por una tupla de cuatro elementos (a, b, r, θ) , ésto a través de la siguiente fórmula:

$$\psi_0 = r\psi \left[\frac{(x-a)\cos\theta + (y-b)\sin\theta}{r}, \frac{-(x-a)\sin\theta + (y-b)\cos\theta}{r} \right] \quad (2.1)$$

El término de forma es definido de la siguiente manera:

$$E_{shape}(\phi, \psi) = \int_{\Omega} (H(\phi) - H(\psi))^2 dx \quad (2.2)$$

donde $H(x)$ es la función Heaviside. El término es simétrico a ϕ y ψ e independiente al tamaño del dominio Ω . Además resulta innecesario para ϕ ser una función de distancia con signo. Entonces el modelo de segmentación de forma a priori puede escribirse como:

$$E(c_1, c_2, \phi, \psi) = E_{CV}(c_1, c_2, \phi) + \lambda E_{shape}(\psi, \phi) \quad (2.3)$$

donde $\lambda > 0$ es un parámetro.

Para el caso general el término de comparación de la ecuación (2.2) no es aplicable debido a que la imagen dada cuenta con múltiples objetos. Además de la función de segmentación ϕ y la función de forma ψ , se introdujo otra función conjunto de nivel L , llamada función de etiquetado. Entonces la forma a priori será comparada con la región donde ambos, la función conjunto nivel para segmentación ϕ y la función de etiquetado L son positivas. Entonces el término de comparación de forma se define como:

$$E_{shape}(\phi, L, \psi) = \int_{\Omega} (H(\phi)H(L) - H(\psi))^2 dx. \quad (2.4)$$

Aquí, $H(\phi)H(L)$ caracteriza la intersección de $\{\phi > 0\}$ y $\{L > 0\}$. Para controlar la función de etiquetado es necesario algunas restricciones. Primero, si $\{(x, y) \in \Omega : L(x, y) > 0\}$ esta vacío, el término de comparación de forma de la ecuación (2.4) no ejercerá ningún efecto sobre el proceso de segmentación. Entonces el término de forma se define como sigue:

$$E_{shape}(\phi, L, \psi) = \int_{\Omega} (H(\phi)H(L) - H(\psi))^2 dx + \mu_1 \int_{\Omega} (1 - H(L)) dx + \mu_2 \int_{\Omega} |\nabla H(L)| dx \quad (2.5)$$

con los parámetros $\mu_1 > 0$ y $\mu_2 > 0$. Resulta difícil seleccionar el valor ideal de μ_1 , ya que un valor muy grande va a debilitar la acción de la función de etiquetado debido a que la región $\{L > 0\}$ contendrá otros objetos además del objeto deseado. Por otro lado, si es demasiado pequeña L podría estar atrapado en un estado donde la región $\{L > 0\}$ podría ser más pequeño de lo que debería ser. Por lo tanto, es poco probable que la función de etiquetado se controle de forma independiente. Para superar esta dificultad, y notar que cuando se obtiene la segmentación ideal para el objetivo, la función de forma de referencia ψ también debería estar cerca de segmentar el objeto, se añadió un término adicional:

$$E_\psi(\psi, c_1, c_2) = \int_{\Omega} \{(u - c_1)^2 H(\psi) + (u - c_2)^2 (1 - H(\psi))\} dx \quad (2.6)$$

donde c_1 y c_2 son las mismas variables que en Chan-Vese [4]. Entonces el modelo puede ser escrito como:

$$E(\phi, \psi, L, c) = E_{CV} + E_{shape} + E_\psi, \quad (2.7)$$

o de forma explícita,

$$\begin{aligned} E = & \int_{\Omega} (u - c_1)^2 H(\phi) + (u - c_2)^2 (1 - H(\phi)) \\ & + \lambda \int_{\Omega} (H(\phi)H(L) - H(\psi))^2 \\ & + \mu_1 \int_{\Omega} (1 - H(L)) + \mu_2 \int_{\Omega} |\nabla H(L)| \\ & + v \int_{\Omega} (u - c_1)^2 H(\phi) + (u - c_2)^2 (1 - H(\psi)), \end{aligned}$$

donde $c = (c_1, c_2)$ y λ, μ_1, μ_2 y v son parámetros no negativos. El modelo también se puede extender fácilmente a los casos más generales que permiten transformaciones afines entre las formas previas y los objetos segmentados deseables en lugar de sólo las transformaciones ortogonales. Estas transformaciones afines permiten la combinación inexacta de formas y hacen que el modelo sea más robusto. El método usa la idea de Cremers [10] pero difiere de éste en muchos aspectos. Para iniciar, el enfoque presentado permite traslación, escala y rotación de modelos previos, esto es, puede lidiar con el caso general de que las ubicaciones, tamaños y poses de los objetos deseados son todos desconocidos. En segundo lugar, toma un término de comparación de formas diferente que es intrínseco a los objetos y las formas previas, en otras palabras, es independiente del dominio de la imagen. Además, se introdujeron términos adicionales para controlar la función de etiquetado. La Figura 2.1 muestra que el modelo también se puede aplicar para segmentar un objeto similar a la forma anterior al completar las partes faltantes de una imagen real.

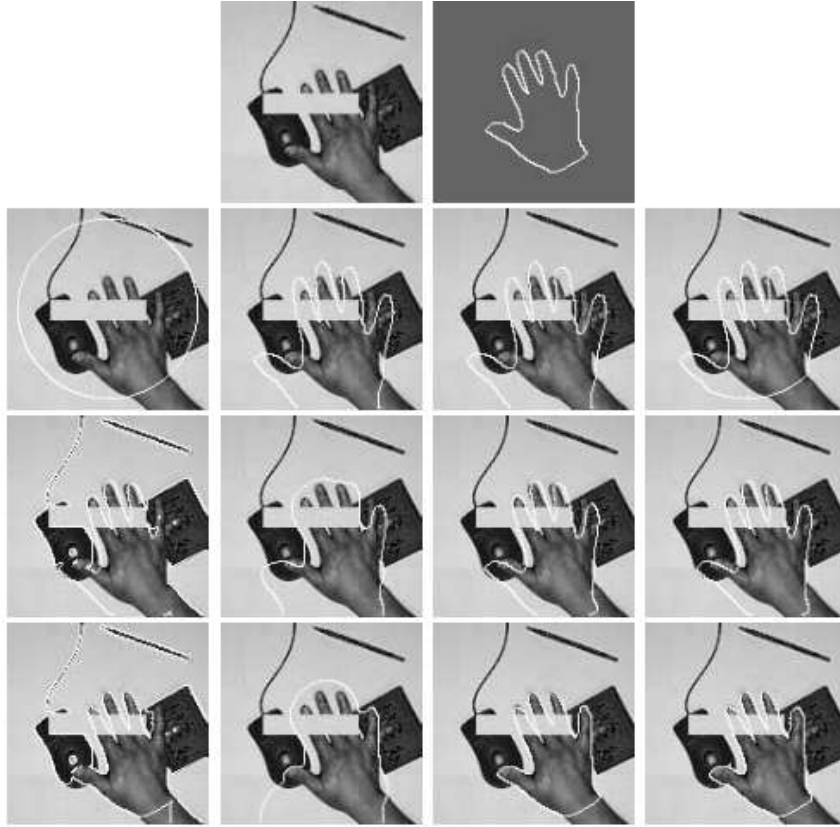


Figura 2.1: En la primera fila encontramos la imagen original y la forma a priori. De la segunda fila a la cuarta cada columna representa respectivamente el paso inicial, medio y final de la función de segmentación ϕ , función de etiquetado L , función de forma ψ , y la segmentación objetivo, la cual es representada por los límites de la región $\{\phi > 0\} \cap \{L > 0\}$ [3] .

En [8] los autores proponen un modelo para incorporar el modelo de forma a priori conocido en el contorno activo. La funcional de energía del contorno es modificada por lo que depende del gradiente de la imagen y la forma a priori. El modelo que nos presentan proporciona la segmentación y transformación que mapea un contorno segmentado con la forma a priori. El contorno activo es capaz de encontrar los bordes que tienen forma similar a la forma a priori, aunque dichos bordes no sean visibles en la imagen. Un contorno activo estándar no puede segmentar de forma exitosa las imágenes ultrasonido, pero por otro lado un contorno activo con la forma a priori puede hacerlo. Además de usar una forma a priori que modifica el contorno activo, el algoritmo presentado ofrece una estimación precisa de traslación, rotación y escala entre el contorno activo y la forma a priori. La importancia de estas estimaciones radica en la utilización para alinear imágenes que tienen curvas homólogas. Se demuestra que con una forma a priori apropiada la técnica es capaz de buscar los límites en este tipo de imágenes (ultrasonido). El objetivo del modelo no es sólo

segmentar las imágenes, sino usar la segmentación para alinear las imágenes. Hace uso de estimaciones de traslación, rotación y escala para hacer esto. Gracias a la alineación resultante se reduce significativamente el número de áreas de activación falsas.

En [12] se propone un método de segmentación para el ventrículo izquierdo en una imagen ultrasonido humano, el cual usa como principios modelos activos de forma y modelos activos de contorno. En el artículo usan información a priori de la forma del ventrículo izquierdo. Un conocimiento estadístico de la forma a través del uso de Modelos de Distribución de Puntos, los cuales son obtenidos ejecutando un Análisis de Componentes Principales [13] en coordenadas de puntos de referencias de muchos ejemplos de imágenes. Para obtener la mayoría de los modos de la variación de la forma ventricular, dichas formas son representadas por descriptores que eliminan la necesidad de la correspondencia de puntos, llamados Coeficientes de la Transformada de Coseno Discreto. Luego se usa el modelo de contornos activos para la segmentación con las deformaciones restringidas de acuerdo con el conocimiento previo de la forma ventricular. En la Figura 2.2 se puede apreciar el diagrama de flujo del método de segmentación usado en el artículo que se describe. El resultado del algoritmo descrito se puede observar en la Figura 2.3. El algoritmo tiene como ventaja una mejora en los resultados de segmentación especialmente en aquellos casos donde el límite ventricular fue parcialmente ocluido por el ruido. El algoritmo cubre la problemática de la definición y etiquetado de puntos de referencia correspondientes capturando los principales modos de forma de la variación ventricular y representando las formas con descriptores que eliminan la necesidad de correspondencia de puntos.

En [15] las imágenes en ultrasonido segmentadas son del pecho humano, primero formularon una función de energía de acuerdo a las diferencias entre las densidades de probabilidad real y la estimada de las intensidades en diferentes regiones. La densidad de probabilidad real fue calculada directamente. Para realizar el cálculo de las densidades de probabilidad estimadas, se utilizó el método de estimación de densidad de probabilidad y el conocimiento de fondo. La función de energía fue formulada con un enfoque de conjunto de niveles, y posteriormente se deriva una ecuación parcial con el fin de encontrar el mínimo de la función de energía. Para realizar el cálculo numérico, la ecuación diferencial parcial derivada fue aproximada por el método de diferencias centrales y el enfoque de no reinicialización. Para modelar y calcular las densidades de probabilidad estimadas se utilizan el método de estimación de densidad de probabilidad y Rayleigh con desplazamiento anterior. De una forma resumida y mejor explicada el método de segmentación propuesto en el artículo consta de los siguientes pasos:

- Se inicializa la función conjunto de nivel ϕ por ϕ^0 .

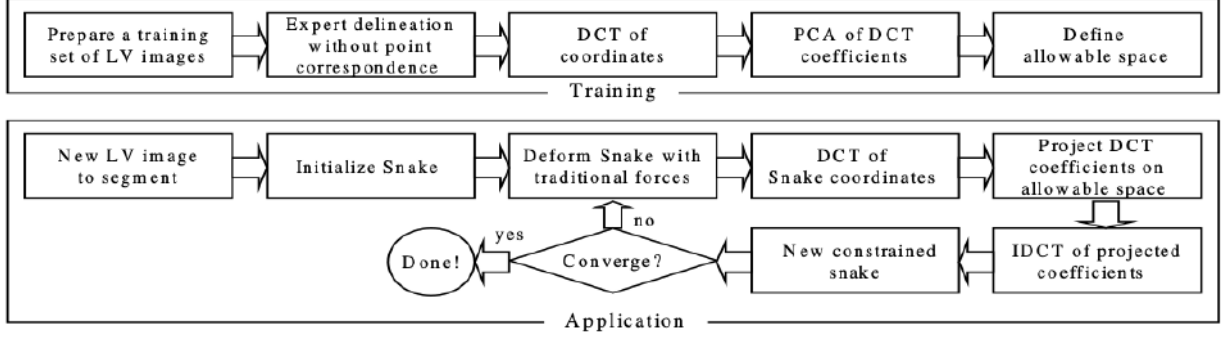


Figura 2.2: Diagrama de flujo del método de segmentación del ventrículo izquierdo humano expuesto en [12]. Una etapa de entrenamiento en la cual se preparan el conjunto de imágenes de entrenamiento del ventrículo izquierdo, se obtiene un conjunto de imágenes de entrenamiento combinado con delineados por expertos médicos, a este conjunto de imágenes se le aplica una reparametrización de los contornos para obtener coeficientes de la transformada de coseno discreto y reemplazar las coordenadas espaciales, luego se aplica Análisis de Componentes Principales para encontrar los modos más fuertes de variación de forma, se obtiene como resultado la forma ventricular promedio representada por los coeficientes de la transformada de coseno discreto promedio. Después del entrenamiento para la aplicación del algoritmo, al realizar la segmentación de una nueva imagen se inicializa la serpiente la cual no se permite que se deforme libremente, sino que sus deformaciones están limitadas de tal manera que el contorno resultante sea similar al conjunto de entrenamiento, para conseguir las deformaciones restringidas se obtienen los coeficientes de la transformada de coseno discreto para las coordenadas de contorno activas, para después ser proyectadas en un espacio de serpiente permitido el cual está definido por los principales componentes principales obtenidos con anterioridad. Después se realiza una transformada inversa de los coeficientes de coseno discreto que convierte el dominio de frecuencia de formas en coordenadas espaciales, este proceso se repite hasta que el algoritmo converge, lo cual sucede cuando la mayoría de los nodos de la serpiente no cambian sus ubicaciones significativamente.

- Se calcula la densidad de probabilidad actual y la estimada del objeto y las regiones de fondo empleando las siguientes ecuaciones:

$$p_i(g) = \frac{\int \int_{\Omega_i} \delta(I_{x,y} - g) dx dy}{A_i}, \quad g \in [0, 255] \quad (2.8)$$

para la densidad de probabilidad real.

$$p_e(g) = \frac{\int \int_{\Omega_e} \delta(I_{x,y} - g) dx dy}{A_e}, \quad g \in [0, 255] \quad (2.9)$$

para la densidad de probabilidad estimada, donde $\delta(\cdot)$ es la función de Dirac, g es el nivel de intensidad y $I_{x,y}$ es la intensidad del pixel (x, y) .

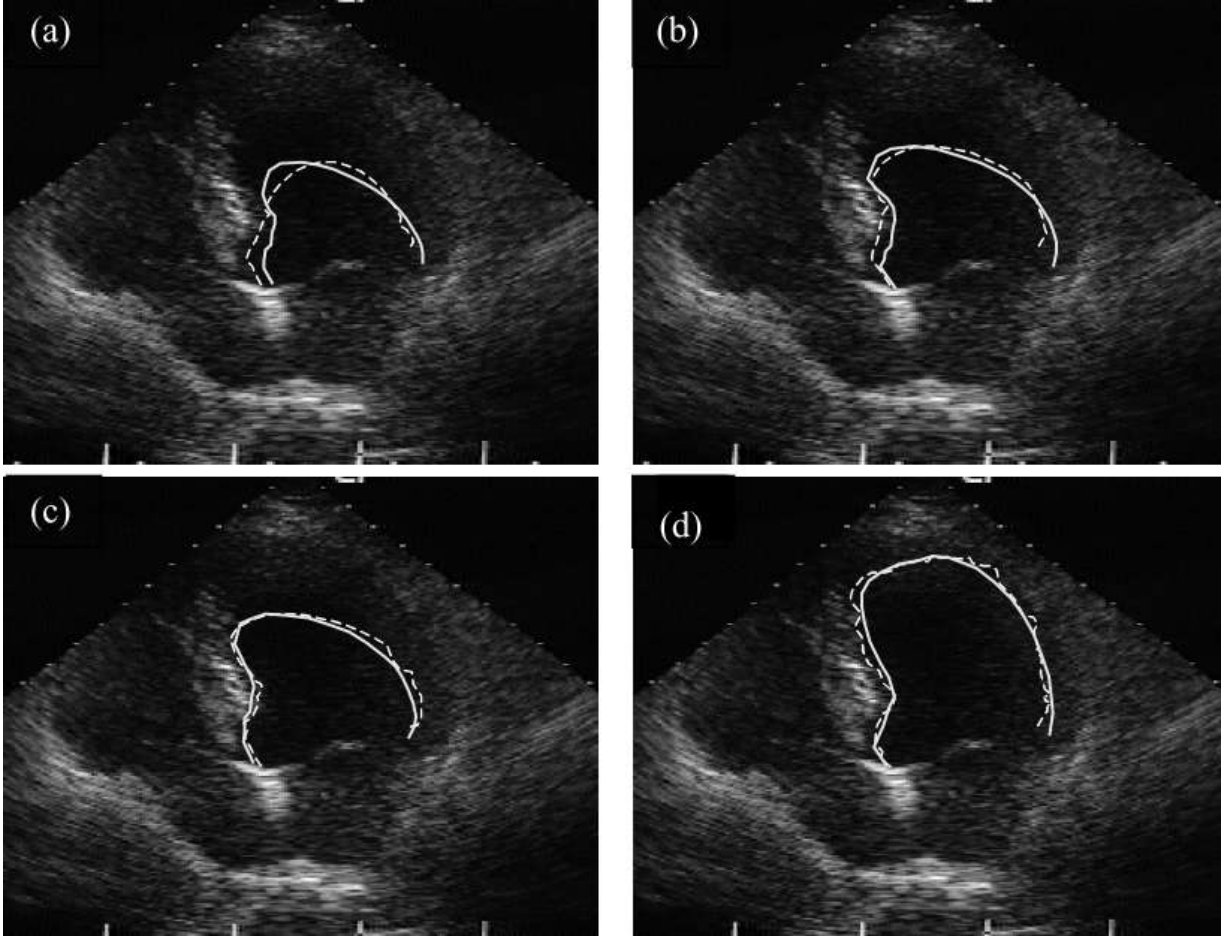


Figura 2.3: El progreso ((a) a (d)) de una serpiente superpuesta en una imagen de ultrasonido del ventrículo izquierdo (discontinua) y el resultado del truncamiento de los coeficientes de la transformada del coseno y la proyección de los coeficientes de la transformada inversa del coseno (continuo).

Los parámetros de las densidades de probabilidad estimadas de diferentes regiones son determinadas como $\hat{a}_j$ y $\hat{b}_j$, $j \in i, e$:

$$\hat{a}_j = \mu_j - \sqrt{\frac{\pi \hat{b}_j}{4}}, j \in \{i, e\} \quad (2.10)$$

$$\hat{b}_j = \frac{4\sigma_j^2}{4 - \pi}, j \in \{i, e\} \quad (2.11)$$

donde μ_i , μ_e , σ_i^2 y σ_e^2 son las medias y varianzas de Ω_i y Ω_e , respectivamente.

- Se usan las ecuaciones:

$$\frac{\phi_{i,j}^{n+1} - \phi_{i,j}^n}{\Delta t} = \delta_\epsilon(\phi)[-r_i \cdot \alpha(p_i - p_i^E)^2 + r_e \cdot \alpha(p_e - p_e^E)^2 + \beta \cdot K_{i,j}] + \gamma \cdot (L_{i,j} - K_{i,j}) \quad (2.12)$$

$$K_{i,j} = \text{div} \left(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) = D_{i,j}^{0x} \left(\frac{D_{i,j}^{0x}(\phi)}{\sqrt{(D_{i,j}^{0x}\phi)^2 + (D_{i,j}^{0y}\phi)^2}} \right) + D_{i,j}^{0y} \left(\frac{D_{i,j}^{0y}(\phi)}{\sqrt{(D_{i,j}^{0x}\phi)^2 + (D_{i,j}^{0y}\phi)^2}} \right) \quad (2.13)$$

$$L_{i,j} = \Delta \phi = D_{i,j}^{0xx} \phi + D_{i,j}^{0yy} \phi \quad (2.14)$$

donde D^0 es el operador de diferencias centrales.

Para calcular el valor de ϕ^{n+1} a partir de ϕ^n .

- Se verifica la convergencia de ϕ , si no alcanza el estado estable o el máximo número de iteraciones regresar al segundo paso.

Se puede observar en la Figura 2.4 un ejemplo de comparación de métodos con el algoritmo presentado en el artículo donde según lo descrito en el mismo se tiene un método que produce una segmentación precisa si las densidades de probabilidad estimada se modelan adecuadamente.

En [18] presentan el diseño de un nuevo algoritmo de segmentación basado en contornos activos sin bordes en el cual hacen uso de técnicas de procesamiento de imágenes como difusión anisotrópica no lineal y umbral adaptativo. El algoritmo desarrollado en este artículo consta de siete pasos los cuales pueden ser visualizados en la Figura 2.5. El primer paso es el uso de un filtro gaussiano y contornos activos, en el caso de contornos activos se omite el término de longitud del modelo Chan-Vese. Esta omisión se dió debido a que no se quiere que un objeto cercano a otro sea interpretado como un sólo objeto. Por el excesivo ruido encontrado en las imágenes, remueven dicho ruido aplicando a la imagen inicial un filtro gaussiano. Al final de este paso se obtiene una imagen a la que llaman u_1 la cual tiene tonos de gris y un contraste mejorado entre el primer plano y el fondo. El segundo paso consta de un filtro gaussiano y una difusión anisotrópica no lineal. Mediante el filtro gaussiano remueven pequeñas discontinuidades dentro del objeto en la imagen u_1 . De igual forma se aplica un filtro de difusión anisotrópica no lineal considerando el gradiente de la imagen para evitar conectar diferentes objetos. El tercer paso es un

umbral adaptativo, esto con el fin de evitar los siguientes problemas, algunos pixeles con intensidades cercanas al umbral $I_{max}/2$ pero por debajo de $I_{max}/2$ deben pertenecer al primer plano y hay algunos pixeles cuyas intensidades son cercanas al umbral $I_{max}/2$ pero mayores a $I_{max}/2$ los cuales deben pertenecer al fondo. Con la finalidad de evitar estos problemas se generan dos umbrales $T_1 = I_{max}/2 - \Delta I(bajo)$ y $T_2 = I_{max}/2 + \Delta I(alto)$. Donde todos aquellos pixeles con valor menor a T_1 son etiquetados como pixeles de fondo. A los pixeles con valores de intensidad mayores a T_2 son considerados pixeles de primer plano. Para aquellos pixeles entre $[T_1, T_2]$ se aplica un umbral adaptativo M . Los pixeles que se encuentren en este intervalo y que sean menores a M son etiquetados como pixeles de fondo, pero aún existen algunos errores en la consideración del etiquetado de pixeles. El paso cuatro lo integra un filtro de umbral adaptativo y un filtro gaussiano debido a la existencia de pequeños errores de etiquetado en el paso 3. Debido a la cercanía de un objeto con otro o pequeños contrastes entre primer plano y fondo fue que se decidió aplicar otro umbral adaptativo, pero esta vez a la imagen inicial suavizando la salida con un filtro gaussiano. Con este último umbral se remueven aquellos pixeles que fueron etiquetados de forma errónea a causa de los pasos del suavizado. El paso cinco consiste en combinar las imágenes de salida del paso tres con la imagen del paso cuatro para obtener una imagen con pocos o sin pixeles que conecten con diferentes objetos. El paso seis consiste en crear pequeñas islas con aquellos pixeles etiquetados de forma errónea que fueron añadidos en el paso tres. Los pixeles de primer plano que están conectados se agrupan en islas, para cada isla es calculado el promedio de sus intensidades. Si la intensidad es menor a T_4 (un parámetro fijo) entonces los pixeles que conforman esa isla pertenece al fondo. Con este método se aseguran de que sólo los pixeles de baja intensidad que se encuentren conectados a un gran número de pixeles de alta intensidad sean considerados pertenecientes al primer plano. El último paso consiste en volver a etiquetar todos los pixeles de fondo que estén localizados dentro de una isla cerrada de primer plano.

El gran cambio del algoritmo descrito en el artículo respecto al original de contornos activos sin bordes radica en el cálculo de la imagen de salida normalizando ϕ a $[0, I_{max}]$, donde I_{max} es el máximo nivel de intensidad (255 en este caso):

$$u_1(x, y) = \frac{(1 + \phi(x, y)) \cdot I_{max}}{2} \quad (2.15)$$

Con el enfoque usado la imagen de salida u_1 tendrá tonos de gris, con un contraste mejorado entre el primer plano y el fondo. La salida de cada paso puede observarse en la Figura 2.6.

En [30], la segmentación se realiza mediante la evolución de una curva para separar al

máximo las estadísticas predeterminadas dentro y fuera de la curva. La idea esencial del modelo es derivar las evoluciones de curva que separan dos o más valores de un conjunto predeterminado de estadísticas calculadas sobre subconjuntos de la imagen determinados geoméricamente. Tanto la información de imagen global como la local se utilizan para evolucionar el contorno activo. Sin embargo, se evitan las imágenes derivadas, lo que da lugar a un mayor grado de robustez del ruido en comparación con la mayoría de los algoritmos de serpiente basados en bordes. En resumen el aporte del artículo radica en un enfoque muy general de la evolución de la curva para la segmentación que agrupa los píxeles en una imagen basada en consideraciones tanto geométricas como estadísticas. El rendimiento del algoritmo aportado depende de qué tan bien el conjunto de estadísticas elegido sea capaz de distinguir las distintas regiones dentro de una imagen dada. Por último, el uso de medias y varianza como discriminantes estadísticos. La diferencias o ventajas con la mayoría de los otros enfoques basados en regiones para segmentación, radica en la operación de curvas independientes y se hace uso de estas curvas para definir un conjunto de regiones y usando sus límites para definir un conjunto de curvas. Esta diferencia puede parecer algo sutil pero el beneficio de trabajar directamente con curvas se encuentran en el nivel de implementación.

En [17] se añade un regularizador el cual se encarga de penalizar sólo a la menor de las dos curvaturas al segmentar estructuras con curvas, como los vasos sanguíneos. Se define la tarea de segmentación como una minimización de energía sobre todas las curvas 3D y se usa el método de conjunto nivel para buscar una solución. En una imagen de resonancia magnética las venas aparecen como patrones de curvas brillantes que pueden ser ruidosos y tener huecos. El umbral es un posible enfoque para este problema de segmentación y funciona adecuadamente en las venas más grandes. El problema surge al detectar las venas pequeñas, y ese es el objetivo que se plantea en el artículo. El umbral no se puede utilizar para las venas pequeñas por varias razones. Los voxels pueden tener una intensidad que es una combinación de las intensidades de los vasos y el fondo si el vaso está solo parcialmente dentro del voxel. Este artefacto de muestreo se llama volumen parcial. Otras condiciones de la imagen puede causar que algunas áreas de fondo sean más brillantes que otras áreas de vasos complicando la selección del umbral. El método propuesto usa el hecho de que las estructuras subyacentes en la imagen son curvas 3D y evolucionan de una curva inicial hacia la curva en los datos (los vasos) ver Figura 2.7.

En [25], crean modelos de textura anteriores y se realiza la segmentación combinando información de límites y regiones. Estos métodos incluyen información global y local, añadiendo robustez al ruido y límites débiles, y se formulan utilizando técnicas de conjunto de niveles que proporcionan las ventajas de la estabilidad numérica y la flexibilidad

topológica. El espacio de características texturizadas se genera al filtrar las imágenes texturizadas dadas utilizando filtros isotrópicos y anisotrópicos, y analizando sus respuestas como funciones de densidad de probabilidad condicional de múltiples componentes. La segmentación de la textura se obtiene unificando la región y la información basada en límites como un modelo de contorno activo geodésico mejorado. La función objetivo definida se minimiza utilizando un método de descenso de gradiente en el que se utiliza un enfoque de conjunto de niveles para implementar la ecuación diferencial parcial obtenida. El artículo tiene dos objetivos principales:

- Propone un marco completo para el análisis y modelado de texturas que combina la teoría del filtrado con el modelado estadístico.
- Combina el límite y el marco de segmentación de textura basado en la región en un modelo acoplado, que se deriva del modelo de contorno activo geodésico.

Algunas desventajas resultan al momento de implementar el método ya que puede usarse para segmentar un marco de textura dado en el caso donde los patrones de textura de fondo sean conocidos. El método fácilmente puede ser extendido para extraer algunas regiones específicas de interés determinadas por los patrones preferibles correspondientes. Un ejemplo del resultado obtenido al emplear el método lo podemos observar en la Figura 2.8.

En el artículo [7] los autores reformulan el problema de la segmentación de una única forma a priori basada en la regularización y desarrollan un enfoque que es basado en plantillas para generar una segmentación. Las contribuciones aportadas por los autores del artículo basadas en la reformulación de la nueva plantilla son:

- Una conexión entre la segmentación de imagen basada en una única forma a priori con el registro de imágenes basado en la intensidad, optimizando el espacio de transformación de la plantilla de forma.
- El modelo de intensidad propuesto puede adaptarse a muchas formas generales, esto es, se puede refinar de forma iterativa a partir de los resultados intermedios de la segmentación.
- Propone un enfoque eficiente y sistemático para optimizar la función de energía. El método propuesto primero calcula de manera rápida la transformación de similitud óptima global mediante un algoritmo de frecuencia-dominio eficiente. De ser requerido la segmentación puede ser refinada deformando de manera local la plantilla de forma para minimizar la función de costo.

En la Figura 2.9 podemos apreciar un ejemplo de segmentación del modelo.

En [10] se construyó un enfoque variacional el cual incorpora un término de diferencia de forma basado en un conjunto de niveles en el modelo de segmentación de Chan-Vese. Además de la función de conjunto de niveles para la segmentación, los autores también introdujeron una función de etiquetado para indicar las regiones en las que se debería aplicar la forma a priori. La forma a priori global en el conjunto nivel de segmentación es añadida teniendo:

$$E(u_+, u_-, \phi) = E_{CV}(u_+, u_-, \phi) + \alpha E_{shape}(\phi), \quad (2.16)$$

con

$$E_{shape}(\phi) = \int_{\Omega} (\phi(x) - \phi_0(x))^2 dx, \quad (2.17)$$

donde ϕ_0 es la función de ajuste de nivel que incorpora una forma de entrenamiento determinada (o la media de un conjunto de formas de entrenamiento) y $\alpha \geq 0$ determina el peso de la forma a priori. Minimizando la funcional anterior con respecto a ϕ resulta una ecuación de evolución de la forma:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \delta_{\epsilon}(\phi) \left[v \operatorname{div} \left(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) - (f - u_+)^2 + (f - u_-)^2 \right] - 2\alpha(\phi - \phi_0). \quad (2.18)$$

En el artículo se modela una forma selectiva de forma a priori mediante una función de etiquetado $L : \Omega \rightarrow R$ el cual indica las áreas del plano de la imagen en el cual una forma a priori dada debe ser impuesta. Esta función de etiquetado toma valores de +1 y -1 dependiendo en donde la forma a priori debe ser impuesta o no. Segmentan una imagen de entrada f minimizando la funcional (2.16) con una forma a priori de la manera:

$$E_{shape}(\phi) = \int_{\Omega} (\phi(x) - \phi_0(x))^2 (L + 1)^2 dx \quad (2.19)$$

donde una etiqueta L define las partes del plano de la imagen Ω donde la forma a priori debe ser activada. La ecuación descenso de gradiente para ϕ es dada por:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \delta_{\epsilon}(\phi) \left[v \operatorname{div} \left(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) - (f - u_+)^2 + (f - u_-)^2 \right] - 2\alpha(L + 1)^2(\phi - \phi_0). \quad (2.20)$$

Se desarrolla una función de etiquetado dinámico con la finalidad de evitar el etiquetado manual de las regiones del plano de la imagen donde una forma a priori debe ser aplicada.

Para tal fin proponen minimizar la funcional:

$$E(u_+, u_-, \phi, L) = E_{CV}(u_+, u_-, \phi) + \alpha E_{shape}(\phi) \quad (2.21)$$

con la forma a priori:

$$E_{shape}(\phi, L) = \int (\phi - \phi_0)^2 (L + 1)^2 dx + \int \lambda^2 (L - 1)^2 dx + \gamma \int |\nabla H(L)| dx. \quad (2.22)$$

Para minimizar la funcional (2.21) se realiza con respecto a la función de etiquetado L y la función conjunto de nivel ϕ . Para un valor fijo de ϕ , la ecuación de descenso de gradiente para la función de etiquetado es dado por:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial t} = -\frac{\partial E}{\partial L} = & \alpha[2\lambda^2(1 - L) - 2(\phi - \phi_0)^2(1 + L) \\ & + \gamma \delta_\epsilon(L) \operatorname{div} \left(\frac{\nabla L}{|\nabla L|} \right)]. \end{aligned} \quad (2.23)$$

Los primeros dos términos conducen el etiquetado a -1 o 1 dependiendo en donde $|\phi - \phi_0|$ es mas grande o pequeño que λ . Para el etiquetado fijo, la función descenso de gradiente para la función conjunto de nivel ϕ es dado por:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial t} = -\frac{\partial E}{\partial \phi} = & \delta_\epsilon(\phi) \left[v \operatorname{div} \left(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) - (f - u_+)^2 + (f - u_-)^2 \right] \\ & - 2\alpha(1 + L)^2(\phi - \phi_0). \end{aligned} \quad (2.24)$$

Algunas propiedades favorables del enfoque aplicado en el artículo se enlistan a continuación:

- Comparado con la segmentación sin una forma a priori Figura 2.10, el anillo es reconstruido de acuerdo a la forma a priori, esto es, las partes faltantes se rellenan y la oclusión se retira, Figura 2.11.
- El efecto de la forma a priori es restringida al área alrededor del objeto familiar por la función de etiquetado.
- En comparación con el caso de una función de etiquetado estático, ya no es necesario especificar de antemano las regiones donde se debe hacer cumplir la forma previa. En cambio, el etiquetado evoluciona de manera no supervisada durante la minimización de la funcional (14). Selecciona dinámicamente las regiones de imagen en las que se aplicará la forma a priori.

De forma particular el artículo resuelve el problema de aplicar formas previas de manera selectiva, de modo que de una forma a priori dada permita la reconstrucción de versiones corruptas de un objeto familiar sin afectar la segmentación correcta de objetos desconocidos independientes. Para tal fin se extendió el enfoque del conjunto nivel de Chan-Vese en tres formas previas de complejidad creciente. El primero es una forma a priori simple globalmente activa que permite la reconstrucción de un objeto conocido pero elimina todos aquellos desconocidos. El segundo es una forma a priori con etiquetado estático el cual permite definir áreas de la imagen de entrada en las cuales la forma a priori debe ser aplicada. Finalmente, la tercer forma a priori es basada en una función de etiquetado dinámico. Como consecuencia, el objeto familiar se reconstruye, pero los objetos desconocidos independientes se segmentan correctamente. Las limitaciones del algoritmo radican en que los resultados de segmentación obtenidos con el enfoque de etiquetado dinámico dependen de escoger de forma correcta los parámetros que afectan la evolución del etiquetado λ y γ .

En [28], se propone un modelo basado en la técnica de evolución de la curva para segmentación de imágenes que contienen tipos conocidos de objetos, se deriva un modelo paramétrico para una representación implícita de la curva de segmentación aplicando el análisis de componentes principales a una colección de representaciones de distancia con signo en los datos de entrenamiento. Los parámetros de las representaciones mencionadas con anterioridad son calculados de tal manera que se minimice una función objetivo para la segmentación. El proceso usado en la investigación consta de una etapa de alineación binaria de forma, donde un conjunto de entrenamiento T compuesto por un conjunto de n imágenes binarias $\{I^1, I^2, \dots, I^n\}$, cada una con valores de uno adentro y cero afuera del objeto, la idea principal es calcular un conjunto de parámetros de pose $\{p^1, p^2, \dots, p^n\}$ los cuales serán usados para transformar las n imágenes binarias para alinearlas conjuntamente. En 2D, este conjunto de parámetros de pose p consiste de x –, y –traslación, escala y rotación, la imagen transformada de I^i basado en el parámetro de pose p^i se define como

$$T^i = I^i(T(p^i)[x \ y \ 1]^T)$$

donde $T(p^i)$ es una matriz de transformación parametrizada por p^i la cual transforma las coordenadas de una imagen (x, y) en las coordenadas de otra imagen. Podemos observar el conjunto de entrenamiento en la Figura 2.12 y el resultado de dicha transformación en la Figura 2.13

Con el conjunto de entrenamiento alineado se calcula el modelo paramétrico de forma, el cual usa una función de distancia con signo para la representación de la curva. De forma particular los límites de cada forma son embebidos como un conjunto de nivel cero de

n funciones de distancia con signo separadas $\{\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_n\}$, con distancias negativas asignadas dentro del objeto y positivas fuera del objeto. Se calcula $\bar{\phi}$, la función media del conjunto de nivel de la base de datos de las formas como el promedio de esas n funciones de distancia con signo. Para extraer las variabilidades de forma, $\bar{\phi}$ es sustraído de cada una de las n funciones de distancia con signo. Esto genera n funciones de compensación media $\{\widetilde{\Psi}_1, \widetilde{\Psi}_2, \dots, \widetilde{\Psi}_n\}$, las cuales son usadas para capturar las variabilidades de una forma. De forma particular cada función $\widetilde{\Psi}_i$ consiste de N pixeles y es almacenado en orden lexicográfico (relación de orden definida sobre el producto cartesiano) que forma un vector columna de la matriz de variabilidad de forma S de $N \times n$ dimensiones. La descomposición de eigenvalores es empleada en la matriz S para factorizar $\frac{1}{n}SS^T$ como:

$$\frac{1}{n}SS^T = U \sum U^T$$

donde U es una matriz de $N \times n$ cuyas columnas representan los n modos ortogonales de variación en la forma y $\sum$ es una matriz diagonal de $n \times n$ cuyos elementos en la diagonal representan los correspondientes eigenvalores. Cada columna en U se reordena en la dimensión del conjunto de datos para obtener un máximo de n modos principales o formas de imagen diferentes $\{\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n\}$. Sea k el número de modos a considerar, entonces la forma puede ser representada como un conjunto de nivel cero de la función definida por la suma ponderada lineal de las k formas propias más su forma media, esto es:

$$\phi(w) = \bar{\phi} + \sum_{i=1}^k w_i \phi_i \quad (2.25)$$

donde $w = \{w_1, w_2, \dots, w_k\}$ son los pesos de las k formas propias cuyas varianzas de esos pesos $\{\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_k^2\}$ dados por los valores propios calculados anteriormente. En la Figura 2.14 se muestra la forma media del avión de combate y sus varianzas de forma basado en variar los dos principales modos en $\pm\sigma$. Para obtener flexibilidad al capturar las variabilidades de pose, el parámetro p es añadido a la función (2.25). Esta adición permite que la descripción implícita de la forma o en el marco de segmentación, la curva de segmentación sea dada por el conjunto de nivel cero:

$$\phi(w, p) = \bar{\phi}(p) + \sum_{i=1}^k w_i \phi_i(p) \quad (2.26)$$

donde cada ϕ_i y $\bar{\phi}$ son ahora funciones de p . En el modelo estadístico para segmentación, se asume que el dominio de la imagen observada es formada por dos regiones de distintas intensidades, sean R^u y R^v dichas regiones dentro y fuera de la curva de segmentación

respectivamente. Se emplea la siguiente funcional basándose en Chan-Vese [4] para la segmentación de I:

$$E_{CV} = -(\mu^2 A_u + v^2 A_v) = -\left(\frac{S_u^2}{A_u} + \frac{S_v^2}{A_v}\right) \quad (2.27)$$

con μ , S_u , A_u , v , S_v y A_v representan la intensidad media, la suma de intensidad y el área en R_u y R_v respectivamente. El algoritmo presentado en el artículo es computacionalmente eficiente y robusto al ruido debido a la reducción de grados de libertad en la evolución de la curva, no requiere puntos de correspondencia ya que la representación de la curva está configurada en un marco Euleriano y es capaz de manejar datos multidimensionales.

En [14] nos presentan un método de segmentación para estructuras anatómicas que incorpora información anticipada sobre la intensidad y el perfil de la curvatura de la estructura a partir de un conjunto de imágenes de entrenamiento y bordes. Se encargan de modelar la distribución de la intensidad como una función de distancia con signo del borde del objeto en vez de realizar el modelado de la intensidad del objeto como un todo. El perfil de curvatura actúa como un término de regularización de límites específico para la forma que se extrae, en lugar de simplemente penalizar la curvatura alta. Al usar el modelo mencionado anteriormente, el proceso de segmentación estima una superficie dimensional superior a posteriori máxima cuyo conjunto de nivel cero converge en el límite del objeto a segmentar. Las contribuciones que el modelo ofrece son las siguientes:

- Incorporación de información previa acerca de la intensidad y curvatura de la estructura basado en datos de entrenamiento previamente segmentados.
- Modelo de distribución de intensidad en toda la imagen en función de la distancia con signo desde el límite de la estructura. Esto proporciona un medio para representar tanto los cambios de intensidad de la estructura en relación con su límite como los perfiles de intensidad de las estructuras vecinas en función de sus distancias al objeto de interés.
- Una distribución de la curvatura de la estructura es modelada a partir de los datos de entrenamiento para determinar el grado de regularización del conjunto nivel subyacente.

A diferencia de los modelos de conjuntos de nivel tradicionales que minimizan la energía a lo largo de la curvatura, el modelo propuesto en el artículo usa información sobre toda la imagen y la superficie dimensional superior. En cada iteración, cada posición en la superficie (que representa una distancia al límite) se ajusta hacia una distancia máxima a

posteriori, en función de la información de la imagen en esa posición y los valores de los puntos vecinos en la superficie.

En [9] proponen un modelo estadístico no lineal de forma, el cual dado un conjunto de formas de entrenamiento realizan una estimación de densidad del núcleo en el subespacio de baja dimensión ocupado por las formas de entrenamiento. De esta manera, fue posible combinar un modelo preciso de la distribución estadística de formas con una optimización eficiente en un subespacio de dimensión finita. En un marco de inferencia bayesiano, se integra el modelo de forma no lineal con un modelo de intensidad no paramétrica y un conjunto de parámetros de postura que se estiman de una manera más directa basada en datos que en los métodos de conjunto de nivel. El modelo propuesto integra tres principales contribuciones:

- Una forma a priori estadística que combina la eficiencia que combina los métodos basados en análisis de componentes principales de baja dimensión con la precisión de modelos estadísticos no paramétricos de forma. La idea es realizar la estimación de la densidad del núcleo en un subespacio lineal que sea lo suficientemente grande como para integrar todos los datos de entrenamiento.
- Estimación de los parámetros de postura y traslación de una manera más orientada a los datos.
- Se explota de manera óptima la información de intensidad en la imagen utilizando modelos probabilísticos de intensidad dados por las estimaciones de densidad del núcleo de las distribuciones de intensidad observadas previamente.

La mayoría de los algoritmos basados en la regularización para la segmentación con una única forma a priori siguen una estrategia similar, y generalmente tienen inconvenientes similares cuando se aplican en la práctica. Un ejemplo del resultado de la segmentación del modelo puede observarse en la Figura 2.15.

En el artículo [27] se aborda el problema de segmentación y suavizado de múltiples imágenes a través del modelo de Mumford-Shah desde la perspectiva de evolución de una curva. A partir de un conjunto de contornos deformables definen los límites entre las regiones en una imagen donde con anterioridad se modelaron los datos mediante funciones suaves por partes empleando un flujo de gradiente para la evolución de dichos contornos. Cada paso de gradiente implica la resolución óptima de un problema de estimación para los datos contenidos en cada región, de esta forma conecta la evolución de la curva y el paradigma de Mumford-Shah con la teoría de los procesos estocásticos de valor límite. El modelo resultante brinda una implementación rastreada del modelo original de Mumford-

Shah para poder segmentar y reconstruir sin inconvenientes los datos dentro de una imagen dada de forma conjunta.

En [6] los autores presentan un algoritmo para segmentar imágenes ultrasonido que esta compuesto por dos principales técnicas; el modelo de visión temprana y el modelo de serpiente discreto. El modelo de visión temprana puede capturar tanto escala de grises y bordes con textura mientras elimina el ruido de moteado. Realizando deformaciones en los picos del mapa de distancias, el modelo serpiente discreto otorga una mejor inmunidad al ruido y una convergencia más precisa. Las ideas clave del modelo de serpiente propuesto son incorporar el mapa de distancia calculado a partir de un modelo de visión temprana como una nueva fuerza de imagen y mover los snaxeles (elementos de serpiente) discretamente para obtener una mejor inmunidad al ruido y una convergencia más precisa. Se demuestra que el mapa de distancia ha mejorado efectivamente los bordes del objeto de interés y ha suprimido los ruidos de motas al mismo tiempo. Al realizar la deformación solo en los picos del mapa de distancia, el modelo de serpiente discreta ha vencido en gran medida la dificultad encontrada en los modelos de serpiente convencionales (es decir, atrapado fácilmente por los mínimos locales como resultado de los ruidos de motas y no pudo captar las características de borde insignificantes y bordes RT). Como consecuencia, la restricción para la mayoría de los modelos de serpientes convencionales de que el contorno inicial debe ubicarse muy cerca del límite real se ha relajado sustancialmente.

El artículo tiene como aportación lo siguiente:

- Viendo un contorno activo como un conjunto de discontinuidades en el problema de Mumford-Shah estándar, se usa la función correspondiente para determinar las ecuaciones de la evolución del descenso del gradiente para deformar el contorno activo.
- La solución de los problemas de estimación en cada paso de gradiente provino de la teoría de los procesos estocásticos de valor límite, lo que lleva a las ecuaciones diferenciales parciales desacopladas en el espacio cuyas soluciones producen las estimaciones de imagen óptimas en cada una de las regiones conectadas separadas por la estimación de la curva actual.
- Al conectar la evolución de la curva y la funcional de Mumford-Shah con la teoría de los procesos estocásticos de valor límite, el algoritmo puede considerarse como una evolución de la curva impulsada por soluciones de un continuo de problemas de estimación espacial auxiliar.
- La técnica es aplicable al problema de magnificación de la imagen al considerarla como un caso especial del problema de datos faltantes en el que los datos faltantes

se producen de una manera muy estructurada. Este enfoque basado en la segmentación para la magnificación de la imagen es más global, es mucho menos susceptible de artefactos de borrosidad o de bloqueo en comparación con otras técnicas más tradicionales, y tiene la capacidad adicional de eliminación de ruido atractivo.

El presente trabajo de tesis toma como principales referencias los artículos [4] y [3], en el primero los autores proponen un modelo basado en contornos activos para detectar objetos en una imagen dada. Dicho modelo es capaz de detectar bordes o límites que no necesariamente están definidos por el gradiente. El método consiste en minimizar una segmentación basada en la energía. En el segundo artículo los autores incorporan la forma a priori al modelo de Chan-Vese, siendo este último método más relacionado al que se usa en el presente trabajo de tesis. Los artículos mencionados con anterioridad fueron empleados como base debido a la posibilidad de detectar los bordes o límites que no se encuentran definidos de manera clara por la gradiente. Debido a las características mismas de las imágenes en ultrasonido existen regiones que no se aprecian de forma clara o existen pérdidas de información en algunas regiones resultó conveniente basarse en estos métodos.

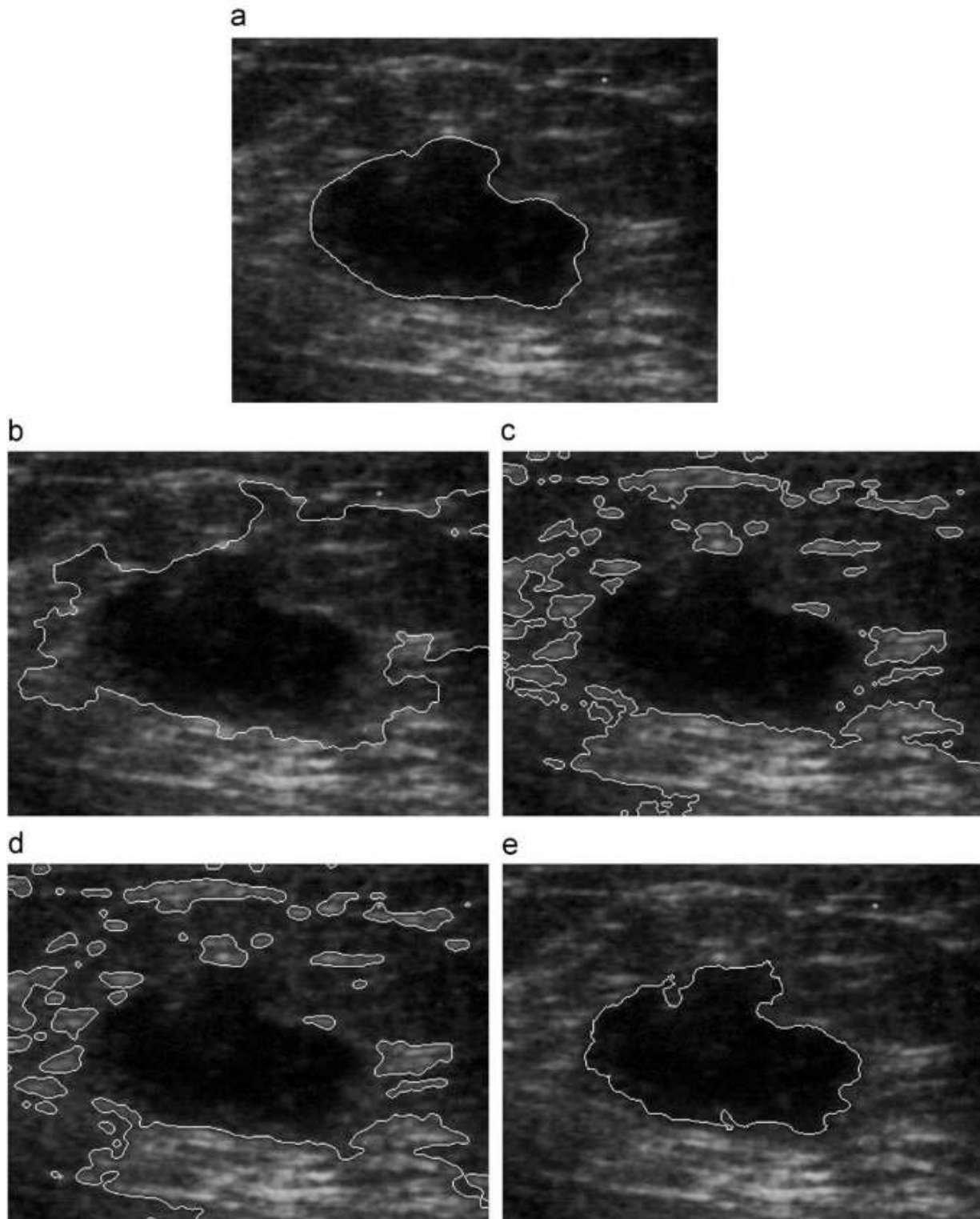


Figura 2.4: Segmentación de una imagen ultrasonido de pecho con bajo contraste y límites borrosos: (a) podemos ver la imagen original (el contorno blanco marca la delineación manual promediada de la región del tumor de pecho); (b) la región del tumor generada por el modelo GAC; (c) la región del tumor generado por el modelo ACWE; (d) la región del tumor generado por el enfoque en [5]; y (e) la región del tumor generado por el algoritmo propuesto en el artículo.

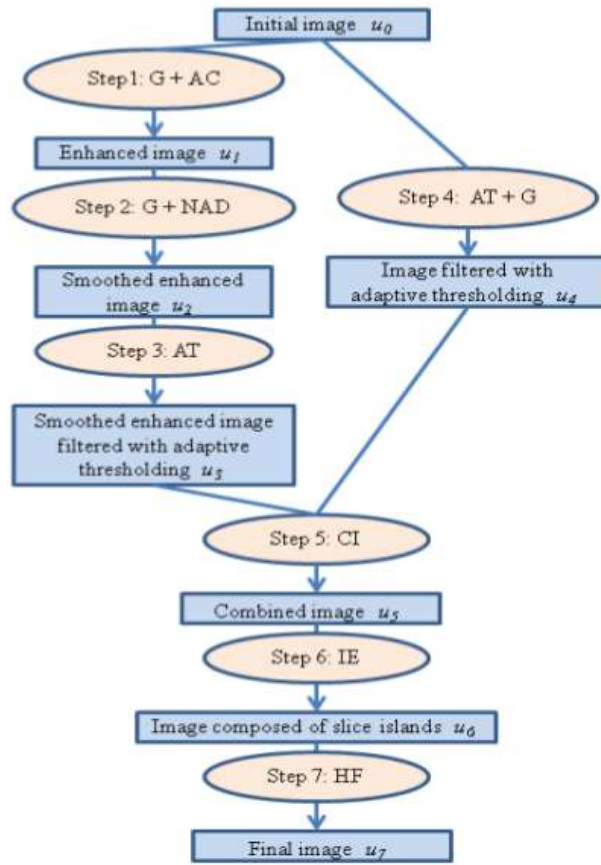


Figura 2.5: Pasos del algoritmo de segmentación expuesto en [18].

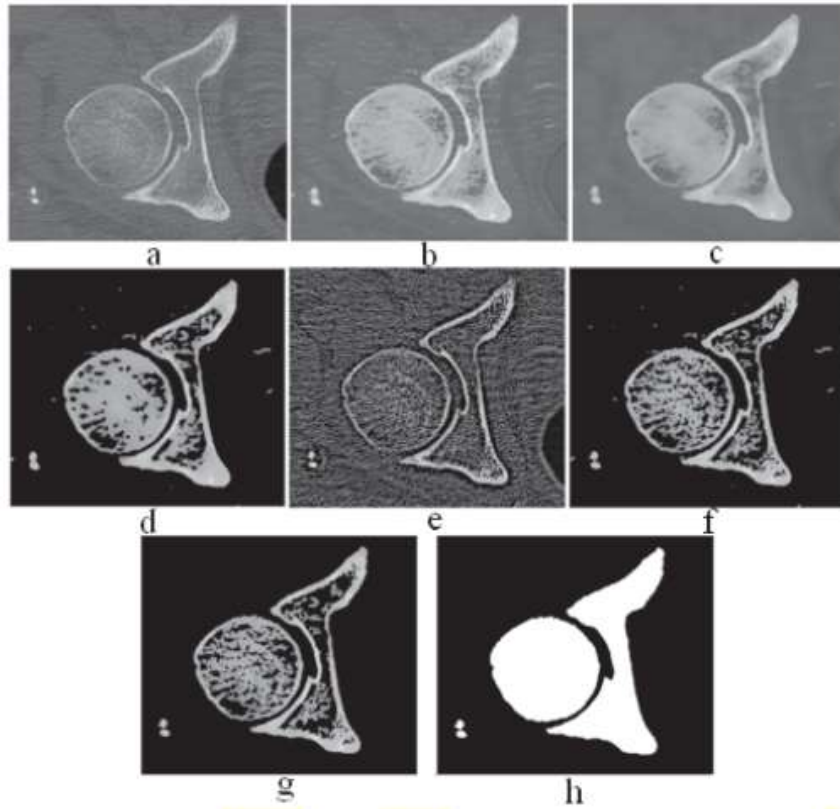


Figura 2.6: Imagen de salida en los pasos de segmentación: (a) imagen original, (b) imagen mejorada con contornos activos sin bordes (paso 1), (c) imagen suavizada con difusión anisotrópica no lineal (paso 2), (d) resultado del umbral adaptativo (paso 3), (e) imagen de salida después de aplicar un umbral adaptativo en la imagen original (paso 4), (f) imagen obtenida al combinar las imágenes u_3 y u_4 (paso 5), (g) Imagen resultante de conectar los píxeles del primer plano en islas de corte y eliminar aquellas islas con una intensidad baja (Paso 6), (h) Imagen final después de aplicar el paso de llenado del orificio (Paso 7) [18].

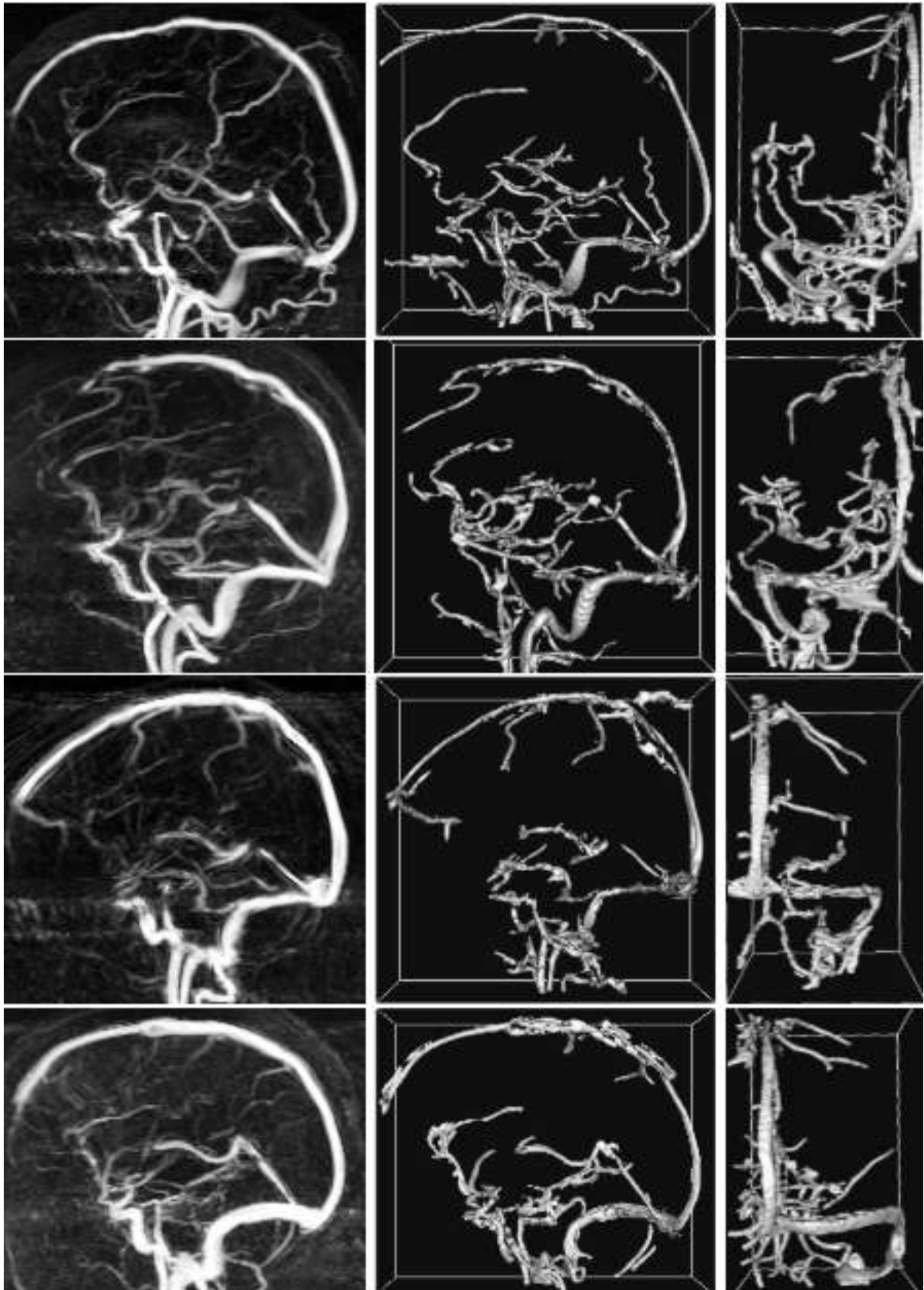


Figura 2.7: La primera imagen de cada fila es la proyección de intensidad máxima de los datos sin procesar, y la segunda y la tercera son los resultados de la segmentación desde dos puntos de vista ortogonales. Estos resultados se obtienen por el método mencionado en el artículo [17] donde la superficie inicial era una barra vertical .

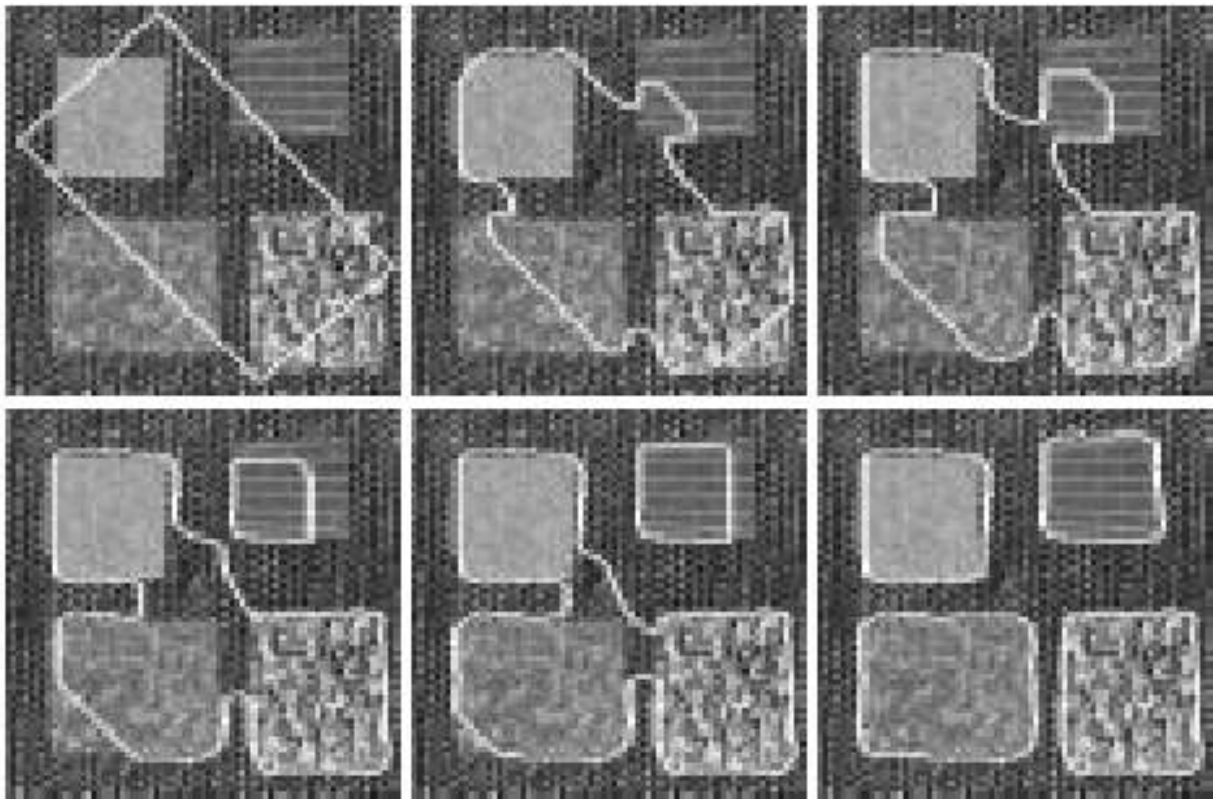


Figura 2.8: Resultado de la segmentación del modelo en [25].

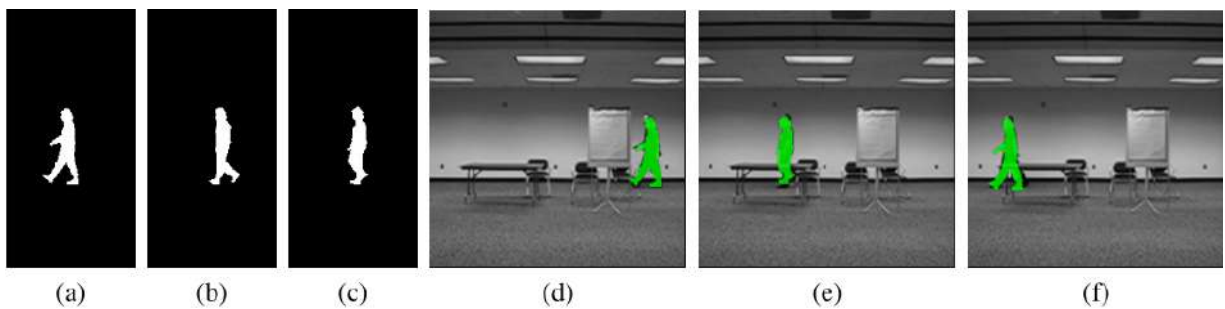


Figura 2.9: (a)-(c) Plantillas de forma representativas, (d)-(f) resultados de segmentación óptimos [7].

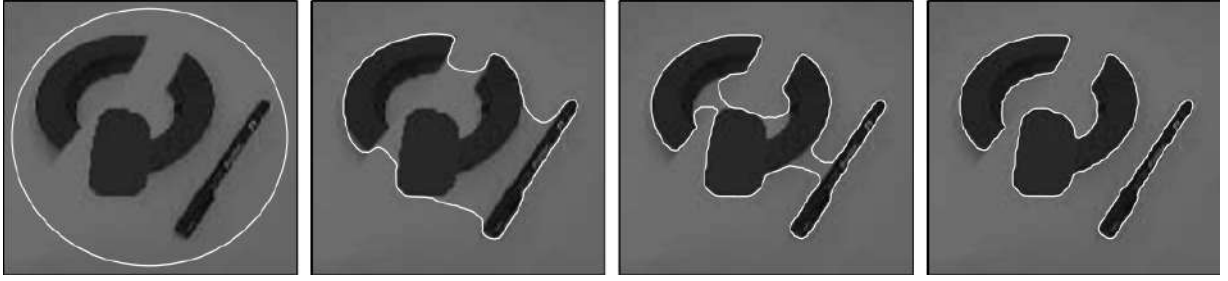
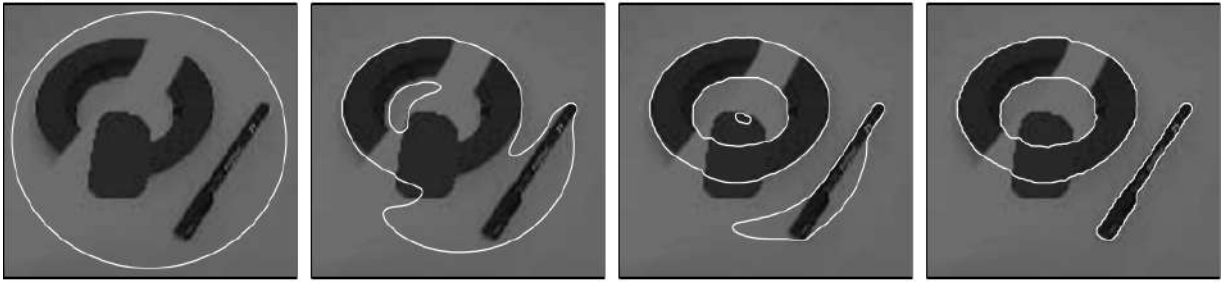
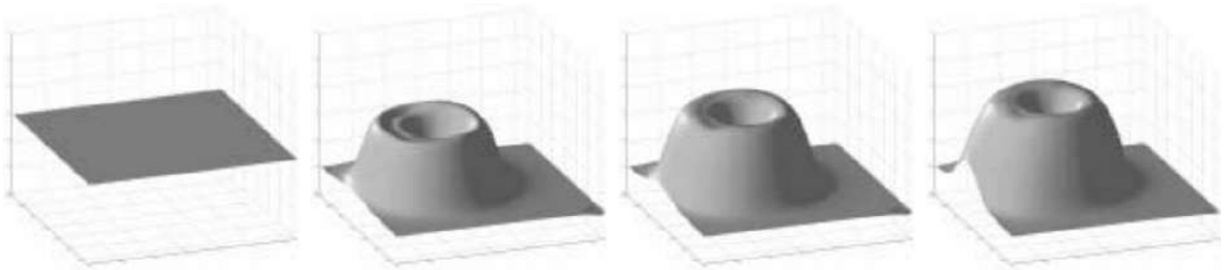


Figura 2.10: Evolución del límite para la formulación de conjuntos de niveles de Chan-Vese de la funcionalidad de Mumford-Shah constante por partes (con una función de conjuntos de un solo nivel). El contorno evoluciona para separar zonas brillantes y oscuras. Debido a la representación implícita del conjunto de niveles, la topología no está restringida, lo que permite dividir y fusionar el límite. [10].



Evolution of the boundary



Evolution of the labeling

Figura 2.11: Segmentación con etiquetado dinámico y forma a priori. La primera fila corresponde a la evolución de los límites de segmentación minimizando la funcional. El objeto de anillo se reconstruye según la forma anterior, mientras que la segmentación correcta de la pluma no se ve afectada por la anterior. Lo anterior afecta a la función de conjunto de niveles ϕ incrustada solo en las regiones indicadas por la función de etiquetado dinámico que evoluciona simultáneamente. La otra fila corresponde a la evolución del etiquetado dinámico L durante la minimización de la energía [10].

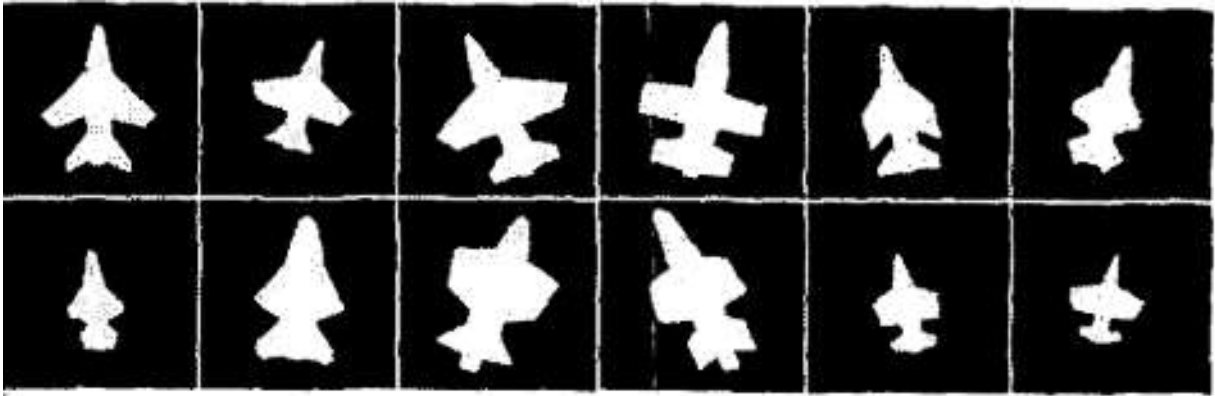


Figura 2.12: Conjunto de entrenamiento [28].

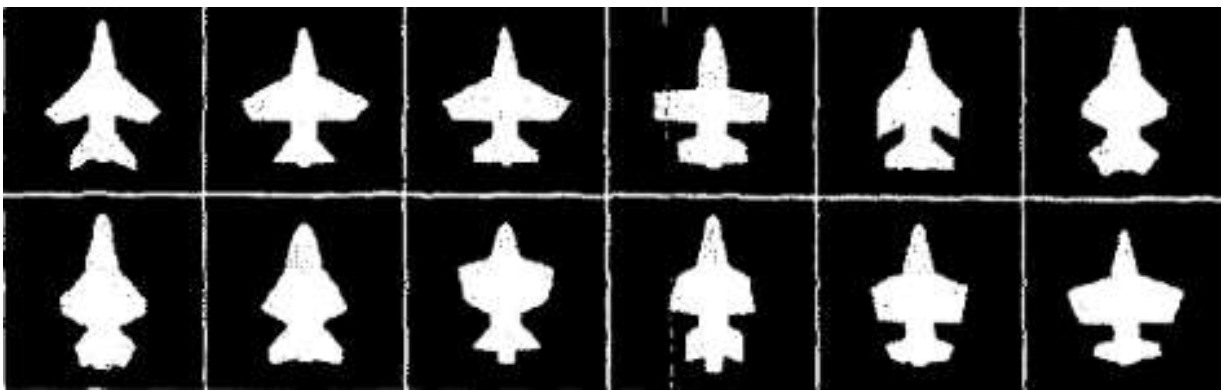


Figura 2.13: Resultado de la alineación del conjunto de entrenamiento [28].

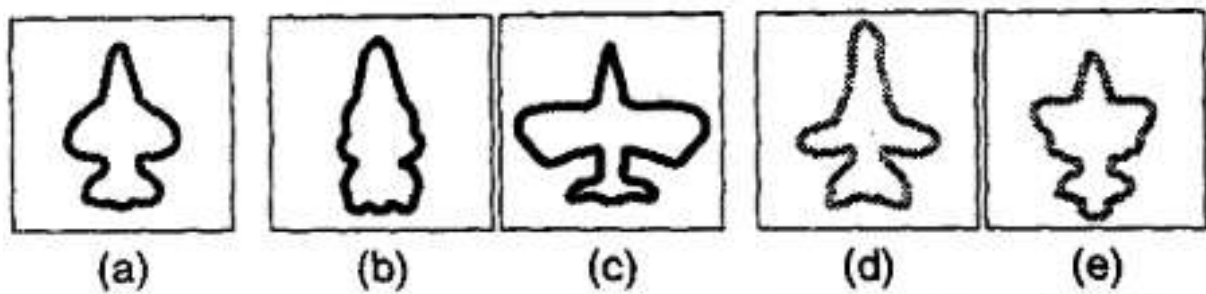


Figura 2.14: (a) La forma media. (b) y (c) variación del primer modo principal en $\pm 1\sigma$. (d) y (e) variación del segundo modo principal en $\pm 1\sigma$ [28].

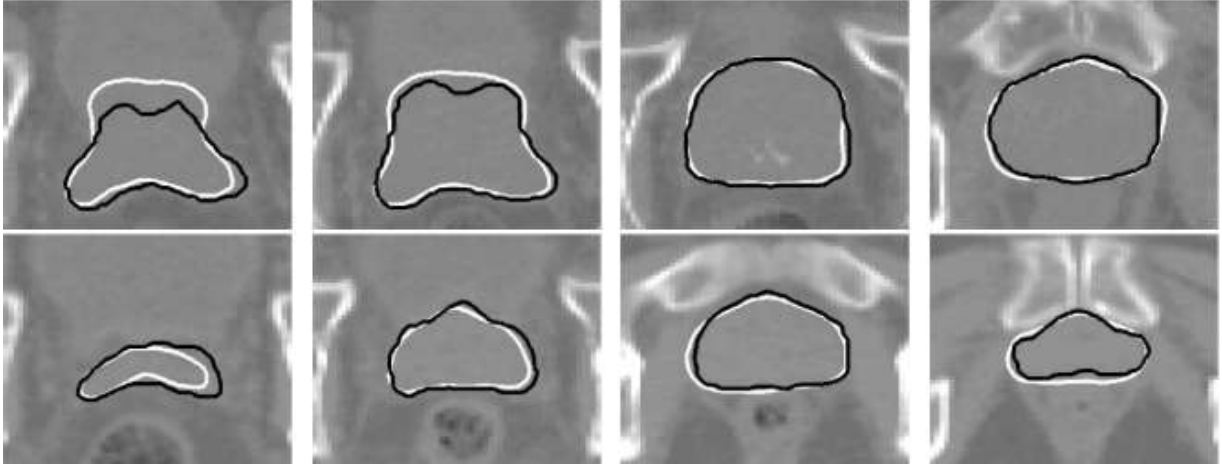


Figura 2.15: Segmentación de la prostata de dos pacientes con el mismo modelo de forma. Cada fila muestra cortes axiales de la misma segmentación para un paciente. La segmentación manual es en negro y la automática en blanco. [9].

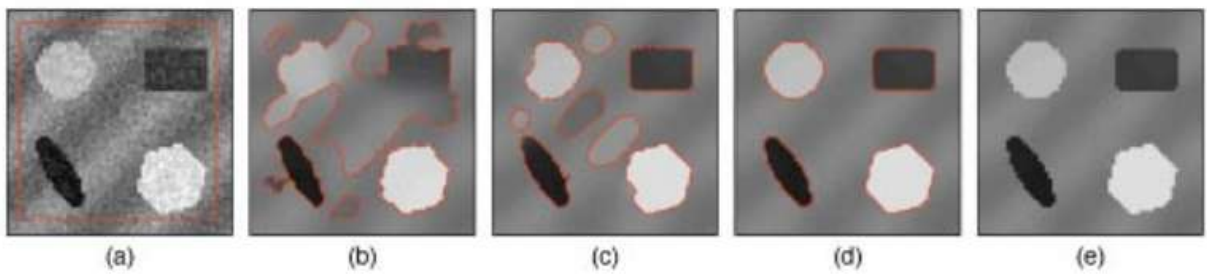


Figura 2.16: Ejemplo del algoritmo y suavizado de una imagen con cuatro distintas regiones de fondo [27]

Tabla de artículos revisados			
Título	autores	Nombre del modelo	año
Contornos Activos			
Level Set based shape prior segmentation	Chan, T., and Wei Zhu.	Conjunto de nivel con enfoque variacional que incorpora el uso de una forma previa en el modelo de Chan-Vese.	2005
Active contours without edges	Chan, T. F., and Vese, L. A.	Modelo de contornos activos basado en técnicas de evolución de curvas, en la funcional de Mumford-Shah y conjuntos de nivel.	2001
Using prior shapes in geometric active contours in a variational framework.	Chen, Y et al.	Algoritmo de contornos activos que usa una forma previa. El modelo provee la segmentación y la transformación que mapea el contorno segmentado con la forma previa.	2002
Combining snakes and active shape models for segmenting the human left ventricle in echocardiographic images.	Hamameh, G., and Gustavsson, T.	Método basado en modelos activos de forma y modelos de contorno activos	2016
Probability density difference-based active contour for ultrasound image Segmentation.	Liu, B et al.	Modelo de conjunto de nivel basado en contornos activos.	2010
Image Segmentation Based on Active Contours without Edges.	Morar, A., Moldoveanu, F., and Groller, E.	Contornos activos sin bordes	2012
A statistical approach to snakes for bimodal and trimodal imagery.	Yezzi, A., Tsai, A., and Willsky, A.	Modelo de contornos activos con enfoque basado en la región para segmentar imágenes compuestas por dos o tres tipos de regiones caracterizadas por una estadística dada.	1999
Co-dimension 2 geodesic active contours for mra segmentation.	M. Lorigo et al.	Modelo basado en el concepto de flujo de curvatura media.	1970
Geodesic active regions for supervised texture segmentation.	Paragios, N., and Deriche, R.	Modelo de región activa geodésica (los límites y la información de la región cooperan en un modelo de contorno activo)	1999
Información previa			
Image segmentation with one shape prior - a template-based formulation.	Chen, S., Cremers, D., and Radke, R. J.	Segmentación de imagen basada en una forma previa y registramiento de una imagen basada en la intensidad.	2012
Using prior shapes in geometric active contours in a variational framework.	Chen, Y et al.	Algoritmo de contornos activos que usa una forma previa. El modelo provee la segmentación y la transformación que mapea el contorno segmentado con la forma previa.	2002
Towards recognition-based variational segmentation using shape priors and dynamic labeling.	Cremers, D et al.	Enfoque variacional basado en una formulación conjunto nivel de la funcional de Mumford-Shah y formas previas	2003
Model-based curve evolution technique for image segmentation.	Tsai, A et al.	Modelo basado en la técnica de evolución de la curva de imágenes con tipos de objetos conocidos.	2001
Level set based segmentation with intensity and curvature priors.	Leventon, M et al.	Modelo que incorpora información previa sobre la intensidad y perfil de la curvatura de la estructura a partir de un conjunto de imágenes de entrenamiento y límites.	2002
Efficient Kernel Density Estimation Of Shape And Intensity Priors For Level Set Segmentation.	Cremers, D et al.	Modelo no lineal estadístico de forma para segmentación de conjunto de nivel	2007
Evolución de la curva			
Curve evolution implementation of the mumford-shah functional for image segmentation, denoising, interpolation, and magnification.	Tsai, A., Yezzi, A., and Willsky, A. S.	Paradigma de Mumford-Shah desde una perspectiva de evolución de la curva.	2001
Modelo serpiente			
An early vision-based snake model for ultrasound image segmentation.	Chen, C. M., Lu, H. H. S., and Lin, Y. C.	Modelo de visión temprana y el modelo de serpiente discreto. Incorporación de mapa de distancia y movilización de los elementos de la serpiente de forma discreta.	2000

Figura 2.17: Tabla de los artículos revisados en la tesis

Capítulo 3

Marco teórico

Para llevar a cabo la investigación relacionada con la segmentación del ventrículo izquierdo en imágenes ecocardiográficas de murinos es necesario el conocimiento de algunos conceptos y definiciones que sirvan de apoyo en el desarrollo del presente trabajo de tesis. A continuación se describen las bases requeridas para llevar a cabo el proyecto, las cuales consisten en segmentación basada en modelos (donde se describe el modelo de contornos activos, de conjuntos de nivel y Chan-Vese), para dar paso después a la descripción del modelo de forma a priori, posteriormente se menciona el método para la generación de conjuntos de nivel y por último se describe la implementación numérica del modelo.

3.1. Segmentación basada en modelos

El éxito considerable de los métodos que se basan en modelos para superar dificultades en la segmentación como presencia de objetos desordenados, texturas, ruido, variaciones en la iluminación, ausencia de información o datos en la imagen, moteado, entre otros, se debe a la integración de conocimientos de alto nivel con la información de procesamiento de imágenes de bajo nivel. Podemos agregar el dominio de los campos de visión computacional y procesamiento de imágenes debido a que se puede hacer una transformación de un problema de modelado de segmentación en uno con sistema de ecuaciones diferenciales parciales (PDE's por sus siglas en inglés); la capacidad de incluir regularizadores en los modelos; la posibilidad de resolver el sistema de PDE's mediante diferencias finitas; la posibilidad que ofrece de vincular PDE's con los conjuntos de nivel para implementación de métodos basados en diferencias finitas; la extensión de los sistemas de ecuaciones diferenciales finitas de un ambiente de segunda dimensión a tercera o dimensiones superiores; la estabilidad y rapidez de las soluciones obtenidas; y por último, el manejo de la segmentación de imágenes de forma interactiva en el sistema de PDE's. La finalidad del modelo

es la transformación del problema de modelado de segmentación en un sistema de PDE's, el cual podemos entender como la evolución de una curva, superficie o imagen manipulada por una PDE y cuya solución es la segmentación que estamos buscando.

Modelo de contornos activos o snake

Un contorno activo (comúnmente llamado Snake) consiste en una curva elástica aproximada que, colocada sobre una imagen, empieza a deformarse a partir de una forma inicial con el fin de delimitar las regiones de interés en la escena. Esta deformación se produce mediante la aplicación de fuerzas internas, intrínsecas al Snake y que controlan la suavidad de la curva, así como mediante fuerzas externas, procedentes de la imagen bajo tratamiento, que empujan al Snake hacia las características salientes de la imagen. Esta característica convierte a los modelos deformables en una herramienta eficaz en múltiples tareas, como por ejemplo, en el análisis de imágenes médicas, donde la baja relación señal/ruido hace insuficientes los resultados obtenidos mediante técnicas clásicas. Geométricamente, una Snake es un contorno paramétrico $v(s, t) = (x(s, t), y(s, t))$, variable en el tiempo y definido en el plano de la imagen $(x, y) \in R^2$, donde las coordenadas $x(s, t)$, $y(s, t)$ del contorno son funciones de la variable paramétrica $s \in [0, 1]$, y del tiempo t . El contorno se supone cerrado, a través de condiciones de contorno. La forma del contorno se expresa mediante la siguiente funcional de energía E , la cual debe ser minimizada con el fin de determinar la forma y posición final de la Snake:

$$c(s) = [x(s, t), y(s, t)], s \in [0, 1]$$

$$E_{total} = \int_0^1 E(v(s)) ds = \int_0^1 (E_{int}(v(s)) + E_{ext}(v(s))) ds \quad (3.1)$$

$$E_{int} = \alpha(s) \left| \frac{\partial v}{\partial s} \right|^2 + \beta(s) \left| \frac{\partial^2 v}{\partial s^2} \right|^2 \quad (3.2)$$

$$E_{ext} = g(u(c(s))) \quad (3.3)$$

$$E_{total} = \int_0^1 \frac{\alpha |c'(s)|^2 + \beta |c''(s)|^2}{2} ds + \int_0^1 g(u(c(s))) ds \quad (3.4)$$

E_{int} y E_{ext} corresponden a los términos de energía interna y externa, respectivamente. E_{int} da las características de deformación del contorno elástico y las funciones $\alpha(s)$ y $\beta(s)$ determinan el grado en el cual la Snake se puede estirar o curvar. Estas funciones son útiles para manipular el comportamiento físico y la continuidad local del modelo. Así, por

ejemplo, un aumento en la magnitud de $\alpha(s)$ da lugar a incrementos en la tensión de la curva, con lo que se tiende a eliminar lazos o rizos mediante reducción de la longitud de contorno. Por otra parte, el aumento de $\beta(s)$ incrementa la rigidez del Snake, haciéndolo más suave en su forma y menos flexible.

Estas funciones, $\alpha(s)$ y $\beta(s)$, pueden ser dependientes de s , longitud de la curva, y ajustándolas es posible cambiar las características de la *Snake* en cada coordenada paramétrica. Sin embargo, la mayoría de las aplicaciones especifican valores constantes a lo largo del contorno para α y β . La función de energía externa E_{ext} , es derivada de la imagen de tal modo que tome en sus valores más pequeños las características que nos sean de interés, tales como los bordes o fronteras. Para este caso, $g(u(c(s)))$, denota una función escalar potencial que está definida en el plano de la imagen. Algunos ejemplos de estas funciones son:

- $\pm G_\sigma * u(x, y)$ que se utiliza para líneas.
- $g(u(x, y)) = - | \nabla G_\sigma(x, y) * u(x, y) |^2$, la cual es usada para bordes escalonados, en donde $u(x, y)$ es una imagen con niveles de grises.

donde $G_\sigma(x, y)$ representa una función gaussiana de dos dimensiones con desviación estándar σ , y ∇ es el operador gradiente. Las limitaciones que podemos encontrar en este tipo de modelos es la necesidad de la interacción del usuario, el cual se encargará de determinar que la curva se encuentre alrededor del objeto que se desea detectar, ya que por un lado son sensibles a las condiciones iniciales y por otro, la función que representa la energía usualmente converge a la energía mínima local. Además, debido a la parametrización explícita del modelo no se puede hacer frente a partes salientes y a los cambios topológicos. El modelo resulta sensible al ruido y para finalizar tiene una complejidad computacional alta.

Modelo de conjuntos de nivel

Aún con la mejoras implementadas en el modelo básico de contornos activos, no fue sino hasta que Osher y Sethian [24] desarrollaron un algoritmo que pudo superar las dificultades presentadas por ese método. Su modelo de conjuntos de nivel fue muy influyente y útil. La idea básica de este método es la representación de curvas o superficies como el conjunto de nivel cero de una hiper-superficie de alta dimensión. De una forma más simple se puede interpretar que las curvas cerradas en una superficie de 2 dimensiones se consideran como una superficie continua de un espacio de 3 dimensiones. Una función de suavizado se puede definir como $\phi(x, y, t)$, la cual representa la superficie mientras que el conjunto

de definiciones $\phi(x, y, t) = 0$ representa las curvas. Por lo que la evolución de una curva puede ser transformado en la evolución de una función de conjuntos de nivel en el espacio 3D. Sea $\phi(x, y, t = 0)$ una función de conjuntos de nivel, donde el conjunto de nivel cero corresponde a la curva. Teniendo a la curva como frontera la superficie puede dividirse en región interna y externa de esa curva. Una función de distancia con signo (SDF por sus siglas en inglés) es definida dentro de la superficie, es decir:

$$\phi(x, y, t = 0) = d \quad (3.5)$$

en donde el valor de d representa la distancia más corta desde el punto x sobre la superficie y la curva. En todo el proceso de evolución de la curva sus puntos son ajustados mediante la siguiente ecuación:

$$\phi(x, y, t) = 0 \quad (3.6)$$

la ecuación de movimiento común de conjuntos de nivel está dada por:

$$\phi_t + F|\nabla\phi| = 0 \quad (3.7)$$

en donde F representa la velocidad relacionada con la evolución de las características de la superficie como la dirección normal y su curvatura, las características de la imagen tales como el gradiente o nivel de gris. Al aplicarlo a segmentación de imágenes el diseño de F depende de la información de la imagen con valor ideal de cero en el borde del objeto, esto es, el valor más grande del gradiente de grises. Dentro de las ventajas encontradas en el método destacan su estabilidad e irrelevancia con la topología, se obtiene una gran ventaja al resolver problemas de producción de rotura, puntos de esquina y combinación de curva. De igual forma se obtienen implementaciones numéricas precisas. Por otro lado, existe la necesidad de resolver algunos problemas como la elección de la función de conjuntos de nivel, la expansión de la función de velocidad, la función de paro entre bordes, etcétera. Entre las desventajas que podemos encontrar en este método se encuentra que dado que una función de paro de borde depende del gradiente de la imagen solo objetos con bordes definidos por gradientes pueden ser segmentados. Por lo general en la práctica la función de paro de borde nunca tiene como resultado cero exactamente en los bordes, por lo que la curva eventualmente puede pasar a través del contorno del objeto.

Modelo Mumford-Shah

En el año 1989 los investigadores D. Mumford y J. Shah describieron uno de los funcionales más utilizados en la segmentación de imágenes [19]. Empezaron describiendo e

interpretando los problemas previos que dieron paso a la formulación de Mumford y Shah, para poder analizar después dicha formulación y los problemas que presenta su discretización, finalizando con el estudio del comportamiento de la solución para usarlo como herramienta en la segmentación de imágenes.

Modelo de adquisición de imagen estándar

El modelo de adquisición de imágenes estándar viene dado por la siguiente fórmula:

$$g = Af + n \quad (3.8)$$

donde g es la imagen corrupta (la imagen que se recibe), f es la imagen original, n es el ruido aditivo, el cual suponemos que es aleatorio siguiendo una distribución uniforme, con un valor medio conocido, varianza σ^2 y A es un operador lineal que representa la influencia del sistema óptico (usualmente se considera A como un operador gaussiano). Por tanto nuestro problema se basa en encontrar f , conociendo el valor de g y una estimación de A y σ^2 . Aunque aparentemente simple a primera vista, este tipo de problemas es bastante complicado ya que el operador A generalmente no va a ser invertible, su inversa no se podrá calcular con exactitud, o dicha inversa será inestable (y, por tanto, muy sensible a los errores). Así pues, una idea mejor, sería encontrar una aproximación de f cumpliendo:

- $\int_{\Omega} Af - g = 0$
- $\int_{\Omega} |Af - g|^2 = \sigma^2$

Enfoque variacional para la segmentación de imágenes

Para poder estudiar el enfoque variacional de D.Mumford y J.Shah es necesario estudiar primero el enfoque estadístico propuesto por S.Geman y D.Geman, que trata de regularizar correctamente el problema inverso discreto y restaurar correctamente los bordes de una imagen [11]. Este enfoque es reformulado por Mumford y Shah, efectuando una versión continua y aplicándolo al problema de la segmentación de imágenes. La idea fundamental de S. Geman y D. Geman es considerar un modelo discreto basado en considerar la imagen observada, G como una matriz $G = (g_{i,j})_{1 \leq i,j \leq n}$ con valores en tonos de gris entre 0 y 1, la imagen original f dada por $F = (f_{i,j})_{1 \leq i,j \leq n}$ y por último el ruido aditivo gaussiano $N = (n_{i,j})_{1 \leq i,j \leq n}$ donde cada $n_{i,j}$ son independientes y tienen una media nula y varianza σ^2 . Además fueron los que consideraron que la imagen es suave por partes (en cada parte no hay grandes variaciones en sus valores), con posibles discontinuidades,

que llamaron bordes. Debido a esto se introdujeron un conjunto de bordes L , en donde $L = \{(l_{i+\frac{1}{2},j})_{1 \leq i,j \leq n}, (l_{i,j+\frac{1}{2}})_{1 \leq i,j \leq n}\}$ toma valores en el conjunto $\{0, 1\}$ de la forma siguiente:

$$l_{i+\frac{1}{2},j} = \begin{cases} 1 & \text{si existe una discontinuidad entre } (i,j) \text{ y } (i+1, j) \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (3.9)$$

$$l_{i,j+\frac{1}{2}} = \begin{cases} 1 & \text{si existe una discontinuidad entre } (i,j) \text{ y } (i, j+1) \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (3.10)$$

Con lo anterior se definió una ley de probabilidad para F y L :

$$P(F, L) = \frac{1}{Z} \exp\left\{-\sum_{i,j} (\lambda(1-l_{i+\frac{1}{2},j})(f_{i+1,j}-f_{i,j})^2 + \mu l_{i+\frac{1}{2},j} \lambda(1-l_{i,j+\frac{1}{2}})(f_{i,j+1}-f_{i,j})^2 + \mu l_{i,j+\frac{1}{2}})\right\} \quad (3.11)$$

En donde los parámetros λ y μ son dos pesos positivos y Z es un coeficiente de normalización para que $\sum_{F,L} P(F, L) = 1$. Por lo que ahora se encuentra con el problema de elegir entre todas las posibles imágenes F y L que existen, aquellas que cuentan con la probabilidad más alta $P(F, L|G)$

$$P(F, L|G) \sim e^{-E(F,L,G)} \quad (3.12)$$

donde la energía $E(F, L, G)$ está dada por:

$$A_{i,j}(F, L) = \lambda(1-l_{i+\frac{1}{2},j})(f_{i+1,j}-f_{i,j})^2 + \lambda(1-l_{i,j+\frac{1}{2}})(f_{i,j+1}-f_{i,j})^2, \quad (3.13)$$

$$B_{i,j}(L, G) = \mu(l_{i+\frac{1}{2},j} + l_{i,j+\frac{1}{2}}) + \frac{1}{2\sigma^2}(g_{i,j}), \quad (3.14)$$

$$E(F, L, G) = \sum_{i,j} A_{i,j}(F, L) + B_{i,j}(L, G). \quad (3.15)$$

siendo G los datos conocidos. Por lo que G puede obviarse teniendo solamente $E(F, L)$. Así si se minimiza el funcional de la energía $E(G, L)$ lo que se está haciendo es maximizar $P(F, L|G)$ y como consecuencia se obtiene la imagen g del modelo de obtención de imágenes, que es constante a trozos, sabiendo que en aquellos lugares donde tiene cambios serán los contornos.

Funcional Mumford-Shah

A partir del modelo de la sección anterior D. Mumford y J. Shah decidieron reformular la ecuación (3.13) de manera continua. Para ello definieron Ω como un subconjunto abierto acotado de R^2 (que es el dominio de la imagen) y la imagen como una función:

$$g : \Omega \rightarrow [0, 1]$$

Siguiendo la idea de Geman, crearon una partición del espacio Ω de la siguiente forma

$$\Omega = R \cup \Gamma$$

donde

$$R = \left(\bigcup_{i=1}^n R_i \right).$$

Consideraron Γ como el conjunto de posibles discontinuidades entre regiones de Ω denotados por R_i . Además, observaron que la variable L , en el enfoque de Geman, describe las discontinuidades o conjunto de saltos $\Gamma \subset \Omega$ de una función regular por partes $f(x, y)$ donde $(x, y) \in \Omega$. Otra característica es que las diferencias entre $f_{i+1,j} - f_{i,j}$ y $f_{i,j+1} - f_{i,j}$ son aproximaciones de las derivadas parciales $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y)$ y $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y)$. De esta manera Mumford y Shah propusieron el siguiente funcional, que es una versión continua del modelo discreto de Geman:

$$E(f, \Gamma) = v \int_{\Omega \setminus \Gamma} (f - g)^2 d\Omega + \lambda \int_{\Omega \setminus \Gamma} |\nabla f|^2 + \mu |\Gamma| d\Omega, \quad (3.16)$$

donde Ω es el dominio, g es la imagen original en escala de grises, Γ denota el conjunto de bordes, f es la imagen suavizada pero discontinua a lo largo de Γ , $|\Gamma|$ es la longitud del conjunto de bordes y finalmente v , λ y μ son pesos. Por tanto, la propuesta de Mumford-Shah radica en la minimización de este funcional, compuesto de tres términos que pueden interpretarse como:

- $\int_{\Omega \setminus \Gamma} (f - g)^2 d\Omega$, el cual nos indica el nivel de fidelidad, esto es, regula que tanto se aproxima la imagen suave f a la imagen original g .
- $\int_{\Omega \setminus \Gamma} |\nabla f|^2 d\Omega$ será pequeño si f cambia lentamente en las regiones.
- $|\Gamma|$ controla el tamaño de la longitud del conjunto de bordes, que deberá ser pequeño para impedir que toda la imagen sea ocupada por ellos.

Análisis de la solución del funcional

Con la finalidad de simplificar el proceso se obviará en este apartado las variables v , α y μ , cuya función es la de dar pesos a cada elemento del funcional, quedando de la manera siguiente:

$$E(f, \Gamma) = \int_{\Omega \setminus \Gamma} (f - g)^2 d\Omega + \int_{\Omega \setminus \Gamma} |\nabla f|^2 d\Omega + \int_{\Gamma} d\sigma. \quad (3.17)$$

Teorema 3.1. Sea (f, Γ) una solución al problema (3.15) que satisface:

- Primera conjetura de Mumford-Shah
 Γ consiste en un número finito de curvas $C^{1,1}$ γ_i , que llegan a la frontera de Ω , es decir, parte de ellas están sobre $\partial\Omega$ y que, si intersectan a otras curvas, lo hacen sólo en sus puntos finales.
- Segunda conjetura de Mumford-Shah
 f es C^1 sobre cada componente conexa de $\Omega - \Gamma$.

Entonces:

- $\Delta f = f - g$ sobre Ω
- $\frac{\partial f}{\partial N} = 0$ sobre $\partial\Omega$ y a ambos lados $\gamma_i^\pm$ de cada γ_i
- $e(f^+) - e(f^-) + \text{curv}\gamma_i = 0$ sobre γ_i

donde $e(f) = (f - g)^2 + |\nabla f|^2$, f^+ y f^- son las intersecciones de f a cada lado de γ_i , $\text{curv}\gamma$ es la curvatura de γ .

La demostración del teorema anterior puede encontrarse en la tesis de ingeniería [1]. Mediante el teorema es posible observar que el funcional de Mumford-Shah involucra la medición de la curvatura como cantidad geométrica, este hecho va a permitir más adelante representarlos como conjuntos de nivel.

Problema de partición mínima

El funcional (3.14) propuesto por Mumford y Shah considera que f es una aproximación suave a trozos de la imagen dada g , es decir f varía suavemente dentro de las regiones de los objetos. Sin embargo Mumford y Shah también propusieron un caso límite del funcional (3.14):

$$E(f, \Gamma) = v \int_{\Omega - \Gamma} (f - g)^2 + \mu |\Gamma| d\Omega, \quad (3.18)$$

¹ $C_{1,1}$ clase de funciones con derivadas continuas de orden 1 y que satisfacen la condición de Lipschitz.

donde f es una aproximación constante a trozos de g , es decir, $f = a_i$ constante en cada R_i .

Este caso tan restrictivo del funcional original, Mumford y Shah lo denominaron problema de partición mínima.

Formulación del funcional de Mumford-Shah usando conjuntos de nivel

Con la finalidad de hacer más fácil el desarrollo se supondrá que f se trata de una función constante y a trozos, esto es que $f = c_i$ (constante) dentro de cada región R_i , donde $c_i = \text{media}(f)$ en las componentes conexas R_i , de $\Omega \setminus C$, siendo C la curva ∂R . Con las consideraciones anteriormente mencionadas se obtiene un problema de partición mínima. Dada una curva $C = \partial R$, se le asociará una función de conjunto de nivel ϕ_i con cada fase R_i , donde se entiende como fase al conjunto de regiones con el mismo tono de gris. Por lo que una fase R_i se define como:

$$R_i = \{(x, y) \in \Omega : \phi_i(x, y) > 0\}$$

y los bordes de cada fase son definidos por la unión de los conjuntos de nivel cero ϕ_i . Debido a los problemas de vacíos o superposiciones que pueden surgir, se establecen que los R_i son disjuntos y que $\bigcup_i R_i = \Omega$; esto se logra cuando se cumple la siguiente condición:

$$\sum_{i=1}^n H(\phi_i) = 1, \forall (x, y) \in \Omega, \quad (3.19)$$

donde H es la función de Heaviside unidimensional definida por:

$$H(z) = \begin{cases} 1 & \text{si } z \geq 0, \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases} \quad (3.20)$$

La condición anterior se debe considerar como un término adicional de la energía que se pretende minimizar con respecto a ϕ_i , el cual está relacionado con un multiplicador de Lagrange, de la forma:

$$\int_{\Omega} (\sum_{i=1}^n H(\phi_i) - 1) d\Omega.$$

El término anterior ayuda a resolver el problema de transición de fases, para un número contenido de regiones; sin embargo, esto no se da de manera natural ya que por lo general existen varias fases. Por lo que, para mejorarlo, se considera que para cualquier imagen solo serán necesarios $\log(n)$ conjuntos de nivel, para la representación de n fases.

Sea $m = \log(n)$ el número de funciones de conjuntos de nivel $\phi_i : \Omega \rightarrow R$ necesaria para

pintar n colores.

Sea $\Phi = (\phi_1, \dots, \phi_m)$ el vector de funciones de conjuntos de nivel y $H(\Phi) = (H(\phi_1), \dots, H(\phi_m))$ el vector de funciones de Heaviside, cuyas componentes son 0 ó 1. Además se definen las fases del dominio Ω : dos píxeles (x_1, y_1) y (x_2, y_2) pueden pertenecer a la misma fase, si y sólo si $H(\Phi(x_1, y_1)) = H(\Phi(x_2, y_2))$, en resumen, cada fase está determinada por la función de conjuntos de nivel $H(\Phi)$. De esta forma, las fases forman una descomposición disjunta y a su vez, su unión provee el dominio completo.

Si se etiqueta cada fase con I , donde $1 \leq I \leq 2^m = n$, introducimos el concepto de vector constante de promedios $c = (c_1, c_2, \dots, c_n)$, donde cada $c_I = \text{media}(f)$ en la clase I ; y si se considera χ_I la función característica del subconjunto I , el funcional se escribe como:

$$F_n(c, \Phi) = \sum_{1 \leq I \leq n} v \int_{\Omega} |f - c_I|^2 \chi_I d\Omega + \frac{1}{2} \sum_I \int_{\Omega} |\nabla \chi_I| d\Omega, \quad (3.21)$$

donde el término de longitud está dado por:

$$|C| = \frac{1}{2} \sum_I \int_{\Omega} |\nabla \chi_I| d\Omega,$$

la cual se puede simplificar como:

$$|C| \approx \sum_i \int_{\Omega} |\nabla H(\phi_i)| d\Omega.$$

Entonces, la energía que se quiere minimizar está dada por:

$$F_n(c, \Phi) = \sum_{1 \leq I \leq 2^m} v_I \int_{\Omega} |f - c_I|^2 \chi_I d\Omega + \sum_I \mu_i \int_{\Omega} |\nabla H(\phi_i)| d\Omega. \quad (3.22)$$

Cabe aclarar que el conjunto de bordes C está representado por la unión de los conjuntos de nivel cero.

Si se toma una imagen que contenga un solo objeto, existirán $n = 2$ fases (color objeto y fondo), por tanto $m = 1$, pero en cambio si se considera una imagen con $n = 4$ fases, entonces se va a requerir de $m = 2$ funciones de nivel. Debido a la dificultad técnica de aumentar la cantidad de fases se decidió trabajar con sólo $m = 2$ funciones de conjuntos de nivel, así será posible identificar cuatro fases análogas a los cuatro colores formados por funciones de nivel disjuntas $\{\phi_1 > 0, \phi_2 > 0\}, \{\phi_1 > 0, \phi_2 < 0\}, \{\phi_1 < 0, \phi_2 > 0\}$ y $\{\phi_1 < 0, \phi_2 < 0\}$. Además, se considera que los bordes son las regiones que forman la partición $\{\phi_1 = 0\} \cup \{\phi_2 = 0\}$, lo cual conforma el conjunto de contornos de C . En este punto la funcional (3.19) puede ser planteada considerando dos funciones de conjuntos de

nivel, para tener cuatro fases:

$$\begin{aligned}
F_4(C, \Phi) = & v_1 \int_{\Omega} |g(x, y) - c_{1,1}|^2 H(\phi_1) H(\phi_2) d\Omega \\
& + v_2 \int_{\Omega} |g(x, y) - c_{1,0}|^2 H(\phi_1) (1 - H(\phi_2)) d\Omega \\
& + v_3 \int_{\Omega} |g(x, y) - c_{0,1}|^2 (1 - H(\phi_1)) H(\phi_2) d\Omega \\
& + v_4 \int_{\Omega} |g(x, y) - c_{0,0}|^2 (1 - H(\phi_1)) (1 - H(\phi_2)) d\Omega \\
& + \mu_1 \int_{\Omega} |\nabla H(\phi_1)| d\Omega + \mu_2 \int_{\Omega} |\nabla H(\phi_2)| d\Omega
\end{aligned}$$

En donde $c = (c_{1,1}, c_{1,0}, c_{0,1}, c_{0,0})$ es un vector de constantes y $\Phi = (\phi_1, \phi_2)$. Para simplicidad de los cálculos teóricos se obviarán los parámetros $v_1, v_2, v_3, v_4, \mu_1, \mu_2$, los cuales serán considerados luego en la solución final.

Ecuación de Euler Lagrange

Para obtener el mínimo de la funcional se aplican Ecuaciones de Euler Lagrange las cuales permiten minimizarlo según va creciendo en el tiempo. Definición: Sea $H(z)$ la función de Heaviside, definimos la delta de Dirac como:

$$\delta(z) = \frac{d}{dz} H(z).$$

Teorema : Sea $\hat{F}(\phi) = \int_{\Omega} |\nabla H(\phi)|, y \quad \phi = \phi(x, t), \quad x \in R^2$, entonces la ecuación de Euler-Lagrange asociada es:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \delta(\phi) \nabla \left(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) \quad (3.23)$$

con la condición de frontera $\frac{\partial \phi}{\partial N}|_{\partial \Omega} = 0$ donde N es el vector unitario normal a $\partial \Omega$ hacia afuera. Teorema. Sea: $\tilde{F}(\phi_1) = \int_{\Omega} |g(x, y) - c_{1,1}|^2 H(\phi_1) H(\phi_2) d\Omega + \int_{\Omega} |g(x, y) - c_{1,0}|^2 H(\phi_1) (1 - H(\phi_2)) d\Omega + \int_{\Omega} |g(x, y) - c_{0,1}|^2 (1 - H(\phi_1)) H(\phi_2) d\Omega + \int_{\Omega} |g(x, y) - c_{0,0}|^2 (1 - H(\phi_1)) (1 - H(\phi_2)) d\Omega$ y $g = g(x), x \in R^2$, entonces la ecuación de Euler-Lagrange que se asocia es:

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial t} = -\delta(\phi_1) [((g - c_{1,1})^2 - (g - c_{0,1})^2) [H(\phi_2)] + ((g - c_{1,0})^2 - (g - c_{0,0})^2) [1 - H(\phi_2)]]$$

Teorema. Sea: $\tilde{F}(\phi_2) = \int_{\Omega} |g(x, y) - c_{1,1}|^2 H(\phi_1) H(\phi_2) d\Omega + \int_{\Omega} |g(x, y) - c_{1,0}|^2 H(\phi_1) (1 - H(\phi_2)) d\Omega + \int_{\Omega} |g(x, y) - c_{0,1}|^2 (1 - H(\phi_1)) H(\phi_2) d\Omega + \int_{\Omega} |g(x, y) - c_{0,0}|^2 (1 - H(\phi_1)) (1 - H(\phi_2)) d\Omega$

$H(\phi_2))d\Omega$ y $g = g(x), x \in R^2$, entonces la ecuación de Euler-Lagrange que se asocia es:

$$\frac{\partial \phi_2}{\partial t} = -\delta(\phi_2)[[(g - c_{1,1})^2 - (g - c_{0,1})^2][H(\phi_1)] + [(g - c_{1,0})^2 - (g - c_{0,0})^2][1 - H(\phi_1)]]$$

En las ecuaciones mostradas con anterioridad los funcionales se derivan en función de ϕ , manteniendo fijas las constantes $c_{1,1}$, $c_{1,0}$, $c_{0,1}$ y $c_{0,0}$. Ahora se mantiene fija ϕ y se minimiza la energía de la funcional respecto a las constantes $c_{i,j}$. Teorema. Sea $g = g(x), x \in R^2$, entonces:

$$H(z) = \begin{cases} c_{1,1} = \text{media}(g) \text{ en } \phi_1 > 0, \phi_2 > 0, \\ c_{1,1} = \text{media}(g) \text{ en } \phi_1 > 0, \phi_2 < 0, \\ c_{1,1} = \text{media}(g) \text{ en } \phi_1 < 0, \phi_2 > 0, \\ c_{1,1} = \text{media}(g) \text{ en } \phi_1 < 0, \phi_2 < 0. \end{cases} \quad (3.24)$$

Después de obtener las Ecuaciones de Euler Lagrange de las funcionales $F, \hat{F}$, se unirán los resultados para deducir las ecuaciones diferenciales que rigen el comportamiento de ϕ_1 y ϕ_2 . Teniendo la ecuación diferencial para ϕ_1 :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi_1}{\partial t} = \delta(\phi_1) \{ \mu_1 \nabla \left(\frac{\nabla \phi_1}{|\nabla \phi_1|} \right) - [(v_1(g - c_{1,1})^2 - v_3(g - c_{0,1})^2)H(\phi_2) \\ + (v_2(g - c_{1,0})^2 - v_4(g - c_{0,0})^2)(1 - H(\phi_2))] \} \quad \text{en } \Omega \times (0, \infty). \end{aligned}$$

bajo las siguientes condiciones:

$$\begin{cases} \phi_1(x, 0) = \phi_1^0(x) \text{ en } \Omega, \\ \frac{\delta(\phi_1)}{|\nabla \phi_1|} \frac{\partial \phi_1}{\partial N} = 0 \text{ sobre } \partial\Omega. \end{cases} \quad (3.25)$$

La ecuación diferencial para ϕ_2 :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi_2}{\partial t} = \delta(\phi_2) \{ \mu_2 \nabla \left(\frac{\nabla \phi_2}{|\nabla \phi_2|} \right) - [(v_1(g - c_{1,1})^2 - v_2(g - c_{1,0})^2)H(\phi_1) \\ + (v_3(g - c_{0,1})^2 - v_4(g - c_{0,0})^2)(1 - H(\phi_1))] \} \quad \text{en } \Omega \times (0, \infty). \end{aligned}$$

bajo las condiciones siguientes:

$$\begin{cases} \phi_2(x, 0) = \phi_2^0(x) \text{ en } \Omega, \\ \frac{\delta(\phi_2)}{|\nabla \phi_2|} \frac{\partial \phi_2}{\partial N} = 0 \text{ sobre } \partial\Omega. \end{cases} \quad (3.26)$$

De lo anterior descrito, es posible expresar la función que representa a la imagen f como:

$$f = c_{1,1}H(\phi_1)H(\phi_2) + c_{1,0}H(\phi_1)(1 - H(\phi_2)) \\ + c_{0,1}(1 - H(\phi_1))H(\phi_2) + c_{0,0}(1 - H(\phi_1))(1 - H(\phi_2)).$$

Implementación numérica del algoritmo

Antes de empezar con la implementación numérica del algoritmo se refinarán algunos aspectos importantes. Primero, la función Heaviside es una función discontinua y al ser la función delta de Dirac derivada de ésta resulta no estar bien definida. Para solucionar este problema se procede a regularizar las funciones.

Función de Heaviside regularizada

$$H_\epsilon(z) = \frac{1}{2}(1 + \frac{2}{\pi} \arctan \frac{z}{\epsilon}) \quad (3.27)$$

donde H_ϵ converge a $H(z)$ cuando ϵ tiende a 0.

Función delta de Dirac regularizada

$$\delta_\epsilon(z) = \frac{\epsilon}{\pi} \left(\frac{1}{\epsilon^2 + z^2} \right). \quad (3.28)$$

Pra realizar la discretización de las ecuaciones diferenciales para ϕ_1 y ϕ_2 se usan diferencias finitas, donde se define h como el paso de espacio, Δt la diferencia en el tiempo y (x_i, y_j) el arreglo de pixeles donde $1 \leq i \leq N$ y $1 \leq j \leq M$, siendo $N \times M$ las dimensiones de la imagen y $\phi_{i,j}^n = \phi(x_i, y_j, n\Delta t)$ es una aproximación de $\phi(x, y, t)$ con $n \geq 0$, $\phi^0 = \phi_0$.

Entonces las diferencias finitas quedan de la siguiente manera:

$$\Delta_-^x \phi_{i,j} = \phi_{i,j} - \phi_{i-1,j}, \quad (3.29)$$

$$\Delta_+^x \phi_{i,j} = \phi_{i+1,j} - \phi_{i,j}, \quad (3.30)$$

$$\Delta_-^y \phi_{i,j} = \phi_{i,j} - \phi_{i,j-1}, \quad (3.31)$$

$$\Delta_+^y \phi_{i,j} = \phi_{i,j+1} - \phi_{i,j}. \quad (3.32)$$

Para proceder a la discretización de las ecuaciones diferenciales se cambiará la notación

$\phi = \phi_1$ y $\rho = \phi_2$. Aplicando las diferencias finitas se tiene:

$$\begin{aligned} \frac{\phi_{i,j}^{t+1} - \phi_{i,j}^t}{\Delta t} &= \delta_\epsilon(\phi_{i,j}^t) \left[\frac{\mu_1}{h^2} \Delta_-^x \left(\frac{\Delta_+^x \phi_{i,j}^{t+1}}{\sqrt{\frac{(\Delta_+^x \phi_{i,j}^t)^2}{h^2} + \frac{(\phi_{i,j+1}^t - \phi_{i,j-1}^t)^2}{(2h)^2}}} \right) \right. \\ &\quad + \frac{\mu_1}{h^2} \Delta_-^y \left(\frac{\Delta_+^y \phi_{i,j}^{t+1}}{\sqrt{\frac{(\phi_{i+1,j}^t - \phi_{i-1,j}^t)^2}{(2h)^2} + \frac{(\Delta_+^y \phi_{i,j}^t)^2}{h^2}}} \right) \\ &\quad - [(v_1(g - c_{1,1}(\phi^t, \rho^t))^2 - v_3(g - c_{0,1}(\phi^t, \rho^t))^2)H(\rho^t) \\ &\quad \left. + (v_2(g - c_{1,0}(\phi^t, \rho^t))^2 - v_4(g - c_{0,0}(\phi^t, \rho^t))^2)(1 - H(\rho^t))] \right]. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\rho_{i,j}^{t+1} - \rho_{i,j}^t}{\Delta t} &= \delta_\epsilon(\rho_{i,j}^t) \left[\frac{\mu_2}{h^2} \Delta_-^x \left(\frac{\Delta_+^x \rho_{i,j}^{t+1}}{\sqrt{\frac{(\Delta_+^x \rho_{i,j}^t)^2}{h^2} + \frac{(\rho_{i,j+1}^t - \rho_{i,j-1}^t)^2}{(2h)^2}}} \right) \right. \\ &\quad + \frac{\mu_2}{h^2} \Delta_-^y \left(\frac{\Delta_+^y \rho_{i,j}^{t+1}}{\sqrt{\frac{(\rho_{i+1,j}^t - \rho_{i-1,j}^t)^2}{(2h)^2} + \frac{(\Delta_+^y \rho_{i,j}^t)^2}{h^2}}} \right) \\ &\quad - [(v_1(g - c_{1,1}(\phi^t, \rho^t))^2 - v_3(g - c_{0,1}(\phi^t, \rho^t))^2)H(\phi^t) \\ &\quad \left. + (v_2(g - c_{1,0}(\phi^t, \rho^t))^2 - v_4(g - c_{0,0}(\phi^t, \rho^t))^2)(1 - H(\phi^t))] \right]. \end{aligned}$$

Modelo de Chan-Vese

Con base en la funcional de Mumford-Shah, Chan y Vese [4] desarrollan una funcional que al ser minimizada es capaz de detectar los contornos de las imágenes la cual por cuestión de simplicidad se denotará u_0 .

Se define a C como la curva inicial la cual puede tomar cualquier forma a excepción de la nula y ésta puede estar presente en cualquier zona de la imagen obteniendo el mismo resultado final. Esta característica es de suma importancia ya que dependiendo de la forma del objeto que se segmentará será la curva inicial que se usará siendo genérica o más especializada para agilizar su convergencia. En este modelo no resulta importante si la curva inicial se encuentra dentro, fuera o en ambas situaciones del objeto a segmentar ya que su finalidad es alcanzar la curva óptima que se ajuste al objeto deseado sin importar estos matices. Considerando:

$$F_1(C) + F_2(C) = \int_{In(C)} |u_0(x, y) - c_1|^2 d\Omega + \int_{Out(C)} |u_0(x, y) - c_2|^2 d\Omega, \quad (3.33)$$

en donde c_1, c_2 son constantes que representan el promedio de la imagen dentro y fuera de la curva respectivamente.

Suponiendo que se tiene un objeto uniforme junto con el fondo como el de la Figura 3.1, si la curva se encuentra fuera del objeto entonces, $F_1(C) > 0$ y $F_2(C) \approx 0$ (inciso a); si la curva se encuentra dentro del objeto, $F_1(C) \approx 0$ y $F_2(C) > 0$ (inciso b), cuando la curva se encuentra dentro y fuera del objeto se tiene que $F_1(C) > 0$ y $F_2(C) > 0$ (inciso c), por último cuando la curva se ajusta al objeto se tienen los valores de $F_1(C) \approx 0$ y $F_2(C) \approx 0$ (inciso d). Como se mostró con anterioridad la funcional (3.33) permite obtener en casos

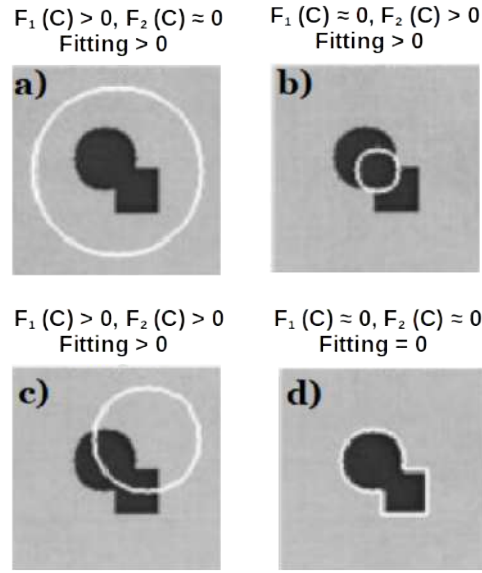


Figura 3.1: Función algoritmo Chan-Vese [4].

simplemente una segmentación correcta, aunque no se cuenta con el control de la curva, por lo que se realizan las modificaciones necesarias para tener un mayor control de su longitud y área. Para lograr esto se le añaden los parámetros de longitud y el área, teniendo la funcional de la manera siguiente:

$$F(c_1, c_2, C) = \mu \cdot \text{long}(C) + v \cdot \text{Area}(\text{In}(C)) + \lambda_1 F_1(c_1, C) + \lambda_2 F_2(c_2, C). \quad (3.34)$$

donde:

$$F_1(c_1, C) = \int_{\text{In}(C)} |u_0(x, y) - c_1|^2 d\Omega, \quad (3.35)$$

$$F_2(c_2, C) = \int_{\text{Out}(C)} |u_0(x, y) - c_2|^2 d\Omega, \quad (3.36)$$

con $\mu, v \geq 0$ y $\lambda_1, \lambda_2 > 0$ son parámetros elegidos con anticipación al escoger la imagen. El problema consiste en el cálculo del ínfimo de F con respecto a (c_1, c_2, C) .

Relación con la funcional de Mumford-Shah

Al escribir la funcional de Mumford-Shah con la nomenclatura descrita con anterioridad se tiene:

$$F^{MS}(u, C) = \mu \cdot \text{long}(C) + \lambda \int_{\Omega} |u_0(x, y) - u(x, y)|^2 d\Omega + \int_{\Omega/C} |\nabla u(x, y)| d\Omega, \quad (3.37)$$

en donde u_0 representa la imagen dada, $\lambda > 0$, $\mu > 0$ y u la solución que se obtuvo al minimizar el funcional. Por lo que la funcional de Chan-Vese es una generalización de la funcional de Mumford-Shah, esto es, si se toma la funcional de Chan-Vese con los parámetros $v = 0$, $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$ se obtiene la de Mumford-Shah.

De igual forma se obtiene un caso particular del problema de partición mínima, donde la mejor aproximación de u a partir de u_0 es la función siguiente:

$$u(x, y) = \begin{cases} \text{promedio } (u_0), \text{ dentro de } C, \\ \text{promedio } (u_0), \text{ fuera de } C. \end{cases} \quad (3.38)$$

Formulación del modelo mediante curvas de nivel

Si se considera $C = \{(x, y) \in \Omega : \phi(x, y) = 0\}$, donde $\phi : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ es una función de Lipschitz. Por tanto:

$$In(C) = \omega = \{(x, y) \in \Omega : \phi(x, y) > 0\},$$

$$Out(C) = \Omega \setminus \bar{\omega} = \{(x, y) \in \Omega : \phi(x, y) < 0\},$$

siendo $\omega \subset \Omega$ abierto y por lo tanto $C = \partial\omega$. Para poder reescribir la funcional mediante curvas de nivel se usará la función de Heaviside (3.19), al igual que la función delta de Dirac:

$$\delta_0(z) = \frac{d}{dz} H(z). \quad (3.39)$$

Reformulando los términos de la funcional con base a las funciones de Heaviside y delta de Dirac tenemos:

$$\text{long}(\phi = 0) = \int_{\Omega} |\nabla H(\phi(x, y))| d\Omega = \int_{\Omega} \delta_0(\phi(x, y)) |\nabla \phi(x, y)| d\Omega, \quad (3.40)$$

$$\text{Area}(\phi \geq 0) = \int_{\Omega} H(\phi(x, y)) d\Omega, \quad (3.41)$$

$$\int_{\phi > 0} |u_0(x, y) - c_1|^2 d\Omega = \int_{\Omega} |u_0(x, y) - c_1|^2 H(\phi(x, y)) d\Omega, \quad (3.42)$$

$$\int_{\phi < 0} |u_0(x, y) - c_2|^2 d\Omega = \int_{\Omega} |u_0(x, y) - c_1|^2 (1 - H(\phi(x, y))) d\Omega. \quad (3.43)$$

Teniendo como resultado la funcional de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} F(c_1, c_2, \phi) = & \mu \int_{\Omega} \delta_0(\phi(x, y)) |\nabla \phi(x, y)| d\Omega + v \int_{\Omega} H(\phi(x, y)) d\Omega \\ & + \lambda_1 \int_{\Omega} |u_0(x, y) - c_1|^2 H(\phi(x, y)) d\Omega \\ & + \lambda_2 \int_{\Omega} |u_0(x, y) - c_2|^2 (1 - H(\phi(x, y))) d\Omega. \end{aligned} \quad (3.44)$$

Donde cómo antes u se define de la siguiente manera:

$$u(x, y) = \begin{cases} \text{promedio } (u_0), \text{ dentro de } C, \\ \text{promedio } (u_0), \text{ fuera de } C. \end{cases} \quad (3.45)$$

Luego entonces resulta un caso particular del problema de partición mínima teniendo.

$$u(x, y) = c_1 H(\phi(x, y)) + c_2 (1 - H(\phi(x, y))), \quad (3.46)$$

donde al despejar c_1 y c_2 en función de ϕ tenemos:

$$c_1(\phi) = \frac{\int_{\Omega} u_0(x, y) H(\phi(x, y)) d\Omega}{\int_{\Omega} H(\phi(x, y)) d\Omega} \quad (3.47)$$

$$c_2(\phi) = \frac{\int_{\Omega} u_0(x, y) (1 - H(\phi(x, y))) d\Omega}{\int_{\Omega} (1 - H(\phi(x, y))) d\Omega} \quad (3.48)$$

Con las funcionales formuladas mediante conjuntos de nivel se espera la existencia del mínimo de la energía de $F(c_1, c_2, C)$. Al ser este un problema de partición mínima esto se cumple, suponiendo que u_0 es continuo en $\bar{\Omega}$.

Ecuaciones de Euler Lagrange

Para encontrar el mínimo de la energía $F(c_1, c_2, C)$ se usan las ecuaciones de Euler Lagrange para la función desconocida ϕ , para esto se consideran las versiones regularizadas de la función Heaviside y Delta la cual se denotará H_{ϵ} y δ_{ϵ} que cumplen:

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} H_{\epsilon} = H$$

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \delta_{\epsilon} = \delta_0$$

Para concluir, fijando c_1 y c_2 se reduce $F_\epsilon(c_1, c_2, C)$ respecto a ϕ . Si se parametriza en dirección del descenso para un tiempo artificial $t \geq 0$, entonces la ecuación es $\phi(t, x, y)$ (donde $\phi_0(x, y) = \phi(0, x, y)$ se define como el contorno inicial), con lo cual se puede deducir la siguiente ecuación de Lagrange:

$$u(x, y) = \begin{cases} \frac{\partial \phi}{\partial t} = \delta_\epsilon(\phi) [\mu \cdot \text{div}(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|}) - v - \lambda_1(u_0 - c_1)^2 + \lambda_2(u_0 - c_2)^2] = 0 \text{ en } (0, \infty) \times \Omega, \\ \phi(0, x, y) = \phi_0(x, y) \text{ en } \Omega, \\ \frac{\delta_\epsilon(\phi)}{\nabla \phi} \frac{\partial \phi}{\partial \vec{n}} = 0 \text{ en } \partial\Omega. \end{cases} \quad (3.49)$$

en donde $\vec{n}$ denota la normal exterior de la frontera $\partial\Omega$, y $\frac{\partial \phi}{\partial \vec{n}}$ es la derivada normal de ϕ con respecto a la frontera.

Implementación numérica

Para poder realizar el cálculo numérico se tienen que discretizar, por lo que se usa el mismo procedimiento que en el modelo de Mumford-Shah, esto es, utilizando diferencias finitas teniendo como resultado:

$$\begin{aligned} \frac{\phi_{i,j}^{n+1} - \phi_{i,j}^n}{\Delta t} = & \delta_h(\phi_{i,j}^n) \left[\frac{\mu}{h^2} \Delta_-^x \left(\frac{\Delta_+^x \phi_{i,j}^{n+1}}{\sqrt{\frac{(\Delta_+^x \phi_{i,j}^n)^2}{h^2} + \frac{(\phi_{i,j+1}^n - \phi_{i,j-1}^n)^2}{(2h)^2}}} \right) \right. \\ & + \frac{\mu}{h^2} \Delta_-^y \left(\frac{\Delta_+^y \phi_{i,j}^{n+1}}{\sqrt{\frac{(\Delta_+^y \phi_{i,j}^n)^2}{h^2} + \frac{(\phi_{i+1,j}^n - \phi_{i-1,j}^n)^2}{(2h)^2}}} \right) - v \\ & \left. - \lambda_1(u_{0,i,j} - c_1(\phi^n))^2 + \lambda_2(u_{0,i,j} - c_2(\phi^n))^2 \right]. \end{aligned}$$

3.2. Descripción del modelo de forma a priori

Para el proyecto de tesis se tomó como base la ecuación de Chan-Vese con sus restricciones en área y longitud añadiendo una restricción de forma. Esta restricción fue agregada a la funcional de Chan-Vese debido a las limitaciones en la definición de los contornos en las imágenes con las que se realizan las pruebas en el proyecto, por lo cual debido a las imperfecciones propias de las imágenes en ultrasonido resulta complicado sólo aplicando el modelo de Chan-Vese segmentar cualquier región del corazón murino. La funcional usada

en el proceso es de la siguiente forma:

$$F(c_1, c_2, \phi) = F_{CV}(c_1, c_2, \phi) + \alpha F_{forma}(\phi), \quad (3.50)$$

con

$$F_{forma}(\phi) = \int_{\Omega} (\phi(x) - \phi_0(x))^2 dx, \quad (3.51)$$

donde ϕ_0 representa la función de conjunto nivel dado un entrenamiento de forma o la media del conjunto de datos de entrenamineto de forma, el α representa el peso que se le otorgará a la forma a priori.

Obteniendo entonces la funcional de la siguiente forma:

$$F(c_1, c_2, \phi) = F_{CV}(c_1, c_2, \phi) + \alpha \left(\int_{\Omega} (\phi(x) - \phi_0(x))^2 dx \right) \quad (3.52)$$

En donde $F_{CV}(c_1, c_2, \phi)$ reprensenta la ecuación (3.44), la funcional de Chan-Vese.

3.3. Generación del conjunto nivel de la forma a priori

A continuación se enlistan y definen términos clave por su representación de conjunto de nivel [23]:

- El límite de la interfaz $\Gamma(t)$ es definida por: $\{\vec{x} | \rho(\vec{x}, t) = 0\}$.
- La región $\Omega(t)$ está limitada por $\Gamma(t) : \{\vec{x} | \rho(\vec{x}, t) > 0\}$ y su exterior es definido por: $\{\vec{x} | \rho(\vec{x}, t) < 0\}$.
- Donde la unidad normal $\vec{N}$ a $\Gamma(t)$ es dado por $\vec{N} = -\frac{\nabla \rho}{|\nabla \rho|}$.
- La media curvatura κ de $\Gamma(t)$ se define como $\kappa = -\nabla \cdot \left(\frac{\nabla \rho}{|\nabla \rho|} \right)$.
- La función delta de Dirac concentrada en una interfaz es:

$$\delta(\rho) |\nabla \rho|,$$

donde $\delta(\rho)$ es una función delta de una dimensión.

- La función característica χ de una region $\Omega(t)$ es:

$$\chi = H(\rho)$$

en donde

$$H(x) \equiv 1 \text{ si } x > 0$$

$$H(x) \equiv 0 \text{ si } x < 0.$$

es una función Heaviside de una dimensión.

- La superficie (o línea) integral de una cantidad $p(\vec{x}, t)$ sobre Γ es:

$$\int_{R^n} p(\vec{x}, t) \delta(\rho) |\nabla \rho| d\vec{x}.$$

- El volumen (o área) integral de $p(\vec{x}, t)$ sobre Ω

$$\int_{R^n} p(\vec{x}, t) H(\rho) d\vec{x}.$$

Los siguientes tres puntos que se describirán son avances tecnológicos clave los cuales son importantes en muchos , si no en la mayoría de los procedimientos para el cálculo del conjunto nivel.

- El procedimiento de reinicialización de distancia reemplaza una función de conjunto de nivel general $\rho(\vec{x}, t)$ por $d(\vec{x}, t)$ el cual es el valor de la distancia desde $\vec{x}$ a $\Gamma(t)$, con valor positivo fuera y negativo dentro. Con esto se asegura que ρ no se convierta muy plano o empinado cerca de $\Gamma(t)$. Sea $d(\vec{x}, t)$ las distancia con signo de $\vec{x}$ al punto cercano en Γ . El valor $d(\vec{x}, t)$ satisface $|\nabla d| = 1$, $d > 0$ en Ω , $d < 0$ en $(\bar{\Omega})^C$ y es la solución de estado estable (cuando $\tau \rightarrow \infty$) a:

$$\frac{\partial \psi}{\partial \tau} + \text{sgn}(\rho)(|\psi| - 1) = 0 \quad (3.53)$$

$$\psi(\vec{x}, 0) = \rho(\vec{x}, t).$$

donde $\text{sgn}(x) = 2H(x) - 1$ es la función signo de una sólo dimensión.

- Sea la cantidad $p(\vec{x}, t)$. La solución para el estado estable ($\tau \rightarrow \infty$)

$$\frac{\partial q}{\partial \tau} + \text{sgn}(\rho) \left(\frac{\nabla \rho}{|\nabla \rho|} \cdot \nabla q \right) = 0$$

$$q(\vec{x}, 0) = p(\vec{x}, t).$$

Sólo se necesita resolver para $\tau = O(\epsilon)$ extendiendo p para ser constante en la dirección normal a la interfaz en un tubo de ancho ϵ .

- El método básico del conjunto de nivel se refiere a una función $\rho(\vec{x}, t)$ que se define en todo el espacio. Esto se puede considerar un desperdicio si sólo se está interesado en la información cerca del nivel cero establecido. El método de conjunto nivel local define ρ únicamente cerca del conjunto nivel cero. Es necesario resolver la siguiente ecuación $\frac{\partial \rho}{\partial t} + v_N |\nabla \rho| = 0$, donde $v_N = \vec{x} \cdot \frac{\nabla \rho}{|\nabla \rho|}$ en una vecindad de Γ de ancho $m\Delta x$, donde m adopta típicamente el valor de 5 o 6. Los puntos fuera de este vecindario no necesitan ser actualizados mediante este método.

3.4. Implemetación numérica del modelo de forma a priori

Al minimizar la funcional de la ecuación (3.52) con respecto a ϕ tal y como se realizó en el modelo de Chan-Vese, se obtiene una ecuación de evolución que cumple con la siguiente forma:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \delta_\epsilon(\phi) \left[v \operatorname{div} \left(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) - (u - c_1)^2 + (u - c_2)^2 \right] - 2\alpha(\phi - \phi_0). \quad (3.54)$$

En donde de forma similar que el modelo de Chan-Vese la minimización de la funcional (3.44) toma en cuenta las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} c_1 &= \frac{\int_{\Omega} u H(\phi) d\Omega}{\int_{\Omega} H(\phi) d\Omega} \\ c_2 &= \frac{\int_{\Omega} u (1 - H(\phi)) d\Omega}{\int_{\Omega} (1 - H(\phi)) d\Omega} \end{aligned} \quad (3.55)$$

3.5. Resumen

En esta sección se realizó una revisión de algunos métodos de segmentación, entre los que se encuentran contornos activos, conjuntos de nivel, Mumford-Shah, Chan-Vese y el modelo de Chan-Vese más modelo de forma a priori. Se presentó la implementación numérica del modelo, se describió cada modelo y se mostró el proceso para derivar las ecuaciones diferenciales obtenidas. En la sección de Mumford-Shah se describe un enfoque variacional de segmentación, se estudia y analiza la solución de la funcional, se hace referencia al problema de partición mínima, se realiza la formulación de la funcional usando conjuntos de nivel, se procede con la ecuación de Euler Lagrange y finaliza con la implementación numérica. Para el modelo de Chan-Vese se procede a analizar la relación con la funcional de Mumford-Shah, la formulación del modelo empleando curvas de nivel, la ecuación de Euler y por último su implementación numérica de tal forma que este documento proporcione una mejor idea de como funciona el modelo final, así como los modelos de donde éste se basa.

Capítulo 4

Metodología

En el presente capítulo se abordarán los temas de metodología clínica para obtención de las imágenes, el proceso de extracción de las imágenes a partir de los videos y la segmentación manual. En el primer tema se explica a detalle el método y los instrumentos usados para obtener las imágenes en ultrasonido, en el segundo se detallan las aplicaciones usadas para recortar los videos y extraer las imágenes, por último el proceso que se llevó a cabo para segmentar de forma manual las imágenes usando el software ITK-SNAP [31].

4.1. Metodología clínica para obtención de las imágenes

El estudio fue de caracter observacional y analítico. Se llevó a cabo en el Área de Imagenología y Señales Médicas del Laboratorio de Parasitología del Centro de Investigaciones Regionales (CIR) "Dr. Hideyo Noguchi" de la Universidad Autónoma de Yucatán (UADY). El Proyecto fue apoyado por CONACYT PDCNP2015-102 en conjunto con el Instituto de Investigaciones en Matemáticas Aplicadas y en Sistemas (IIMAS), Unidad Mérida, de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM). La manipulación de los animales durante el estudio se realizó basándose en la guía para el cuidado y uso de animales de laboratorio en su octava edición (National Research Council, 2011). Se estudiaron un total de 83 ratones hembra albinos, de 8 a 10 semanas de edad y con un peso entre 20 y 25 gr aproximadamente de la cepa ICR. El proyecto consta de dos modelos: de infección aguda y de infección crónica. El modelo de infección aguda consta de dos grupos: el de control y el de infectados. El grupo control está compuesto por 18 animales a los cuales se les aplicó una solución salina fisiológica vía intraperitoneal. Mientras que el grupo infectado se compone de 30 animales que fueron infectados con 50,000 tripomastigotes sanguíneos de la cepa H1. En los días 0, 5, 10, 15, 20, 25 y 30 se seleccionaron 3 individuos por grupo

al azar para realizar los estudios pertinentes. De igual forma el modelo de infección crónica consta de un grupo de control y un grupo de infectados. El grupo control consta de 15 animales a los cuales se les aplicó una solución salina fisiológica vía intraperitoneal. En el grupo infectado se utilizaron 30 animales los cuales fueron infectados con 500 tripomastigotes sanguíneos de la cepa H1. Se realizan los mismos estudios que en la etapa de infección aguda a partir del día 0 y cada 30 días (30, 60, 90, 120) con un total de 5 tomas de muestras post infección.

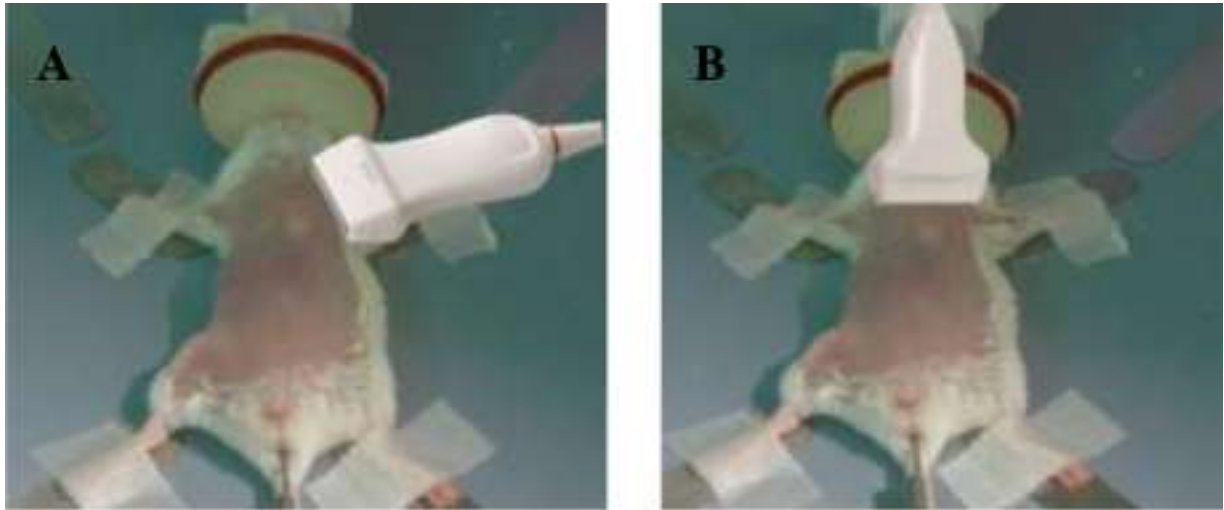


Figura 4.1: A. Sonda en eje largo. B. Sonda en eje corto.(Fotografía obtenida de: Área de Imagenología y Señales Médicas CIR-UADY)

Para la realización del examen ecocardiográfico fueron probadas diferentes posiciones del transductor con el fin de obtener la imagen ecográfica del corazón en eje largo y eje corto.

- Como primer paso la marca del transductor fue orientada hacia craneal en el eje largo y hacia izquierda del paciente en eje corto.
- Posteriormente se orientó la marca hacia caudal en el eje largo y hacia el operador para seguir la convención ecocardiográfica.
- Para la obtención de la imagen en eje largo (vista longitudinal) el abordaje fue realizado en la ventana paraesternal izquierda. El transductor fue colocado de forma paralela a la columna vertebral en un punto intermedio entre el esternón y las vertebrae como se aprecia en el inciso A de la Figura 4.1.
- Para la visualización del corazón en el eje corto el transductor fue colocado perpendicular al esternón y fué deslizado hacia caudal para poder observar los músculos

papilares y realizar el corte a ese nivel, esto se puede observar en el inciso B de la Figura 4.1. Acto seguido fué la colocación del cursor de interrogación para la activación del modo M a nivel de los músculos papilares.

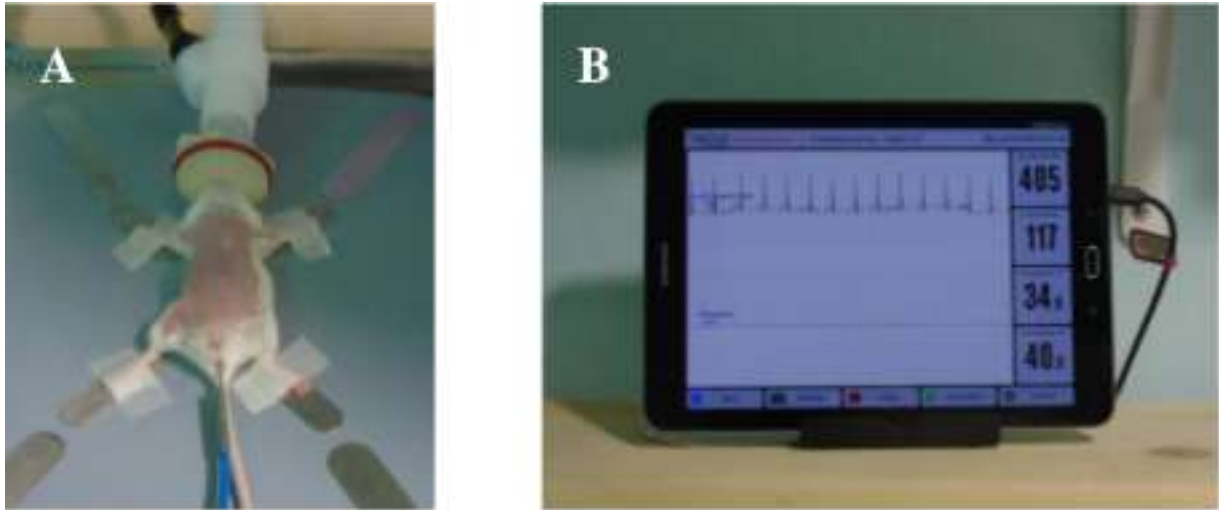


Figura 4.2: Monitoreo y mantenimiento anestésico durante el procedimiento de ecocardiografía. A. Ratón sobre plataforma térmica y electrodos conectados para el monitoreo de las constantes fisiológicas, así como la mascarilla con isoflurano para mantener la anestesia. B. Monitor quirúrgico que permite la visualización de las frecuencias cardíaca y respiratoria, temperatura corporal y de la plataforma térmica durante el procedimiento. (La fotografía se obtuvo de: Área de Imagenología y Señales Médicas CIR-UADY)



Figura 4.3: Sistema de ultrasonido Mylab Seven (ESAOTE)



Figura 4.4: Transductor lineal de 22Mhz.

Las imágenes ecográficas empleadas en la presente tesis fueron obtenidas mediante el siguiente procedimiento ya estandarizado. El animal fue anestesiado por la Dra. Paulina Haro con el equipo de anestesia inhalada con el que cuenta el área de imagenología (Patterson scientific). El ratón fue colocado en una cámara con isoflurano con una dosis de 3 % y 0.5 L/min de O_2 para inducirlos. Cuando el plano anestésico profundo (esto es, la disminución de la frecuencia respiratoria y pérdida de reflejos) fue alcanzado, se colocó el animal en una plataforma térmica para después colocarle gel conductor en las patas y fijarlo con cinta para registrar el ECG. Una sonda vía rectal fue insertada con la finalidad de monitorear la temperatura corporal, la cuál se preservó entre 35° y $37^\circ C$. El siguiente paso fue colocarle una máscara de anestesia manteniendo una dosis de 1.5-2.5 % de isoflurano (esta dosis es regulada según las necesidades de cada ratón). Mediante un monitor quirúrgico para roedores (Surgical monitor INDUS) las constantes fisiológicas (frecuencia cardíaca, frecuencia respiratoria y temperatura) fueron monitoreadas (Véase la Figura 4.1). Se procedió a retirar el vello de la zona toracoabdominal con crema depiladora, de igual forma se colocó una gota de hipromelosa (Meticel al 2 %) en cada ojo como lubricante oftálmico. Para el estudio ecocardiográfico se usó el equipo clínico Mylab Seven (ESAOTE) (Figura 4.3) y un transductor lineal de 22 MHz (Véase la Figura 4.4) con una profundidad ajustada de 2

cm. Con el ratón anestesiado y las constantes fisiológicas en continuo monitoreo, se colocó el transductor en la pared torácica lateral izquierda, paralelo a la columna colocado entre ésta y el esternón con la marca orientada hacia caudal con el fin de obtener la imagen en eje largo. Con la imagen obtenida se colocó el cursor de interrogación para activar el modo M a nivel de los músculos papilares. Después, para poder visualizar el corazón en la vista de eje corto a nivel de los músculos papilares el transductor fue rotado 90 grados en el sentido de las manecillas del reloj con la marca orientada al operador. Para ambas vistas se realizaron mediciones del diámetro del ventrículo izquierdo en sístole y diástole por triplicado. Posteriormente se evaluó la función sistólica mediante el cálculo de la fracción de eyección y la fracción de acortamiento. La información expuesta con anterioridad sobre la metodología usada para llevar a cabo los estudios ecocardiográficos fue obtenida del documento de tesis de la médica veterinaria zootecnista Xenia López [16], la parte correspondiente al presente trabajo consiste en la aplicación del análisis o métodos necesarios a los resultados de dichos estudios para lograr la segmentación del ventrículo izquierdo en la imagen de ultrasonido.

Algunas imágenes obtenidas del procedimiento ecocardiográfico son en corte longitudinal (el cual discurre a lo largo o de forma paralela al eje del corazón), transversal (se refiere a un corte del corazón en ángulo recto con el eje longitudinal del mismo) y modo M para ambos cortes, el cual usa un solo haz de ultrasonido para la obtención de las imágenes en movimiento. A lo largo de la línea que representa el haz se representan los ecos como puntos de brillo de distinta intensidad, a una distancia proporcional al tiempo que tardan en ser recibidos. Es presentado como un trazado continuo sobre dos ejes: el vertical se dispone la línea de puntos; y el horizontal, el tiempo. Ejemplos de dichas imágenes se pueden ver a continuación:



Figura 4.5: Imagen longitudinal del corazón. Imagen de salida sin edición.



Figura 4.6: Imagen transversal del corazón. Imagen de salida sin edición.

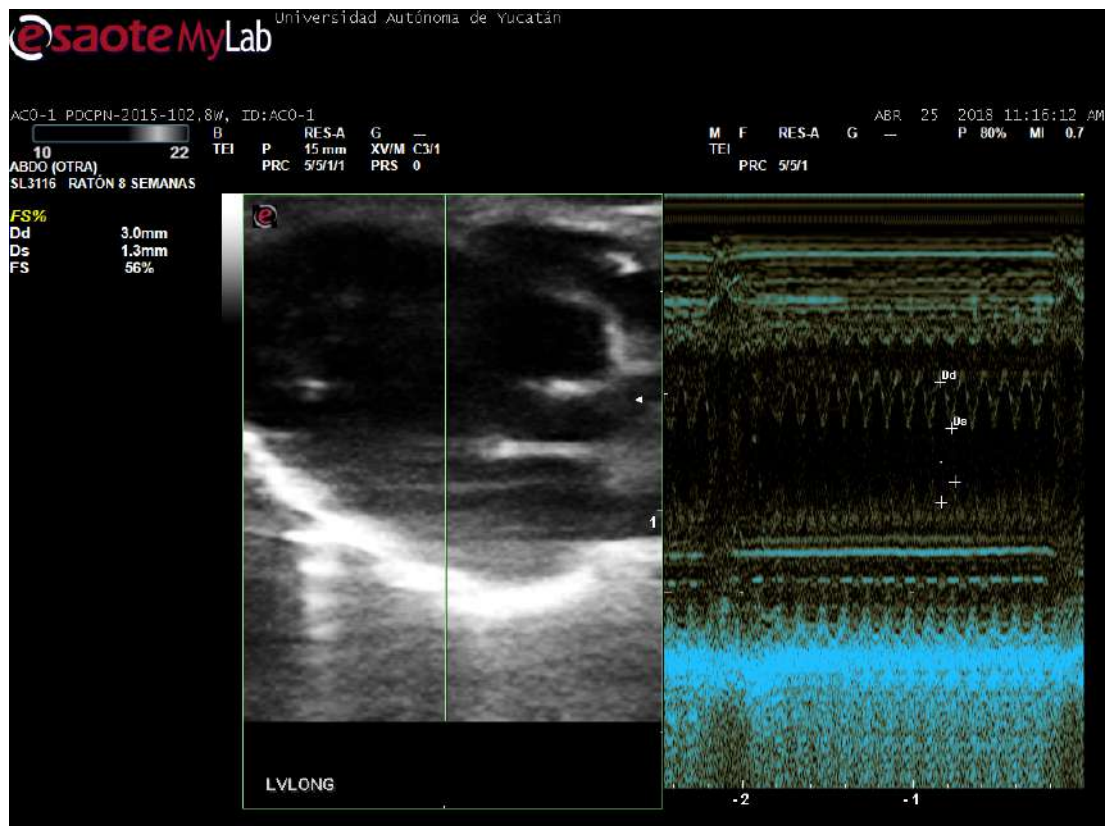


Figura 4.7: Imagen longitudinal del corazón y el modo M.

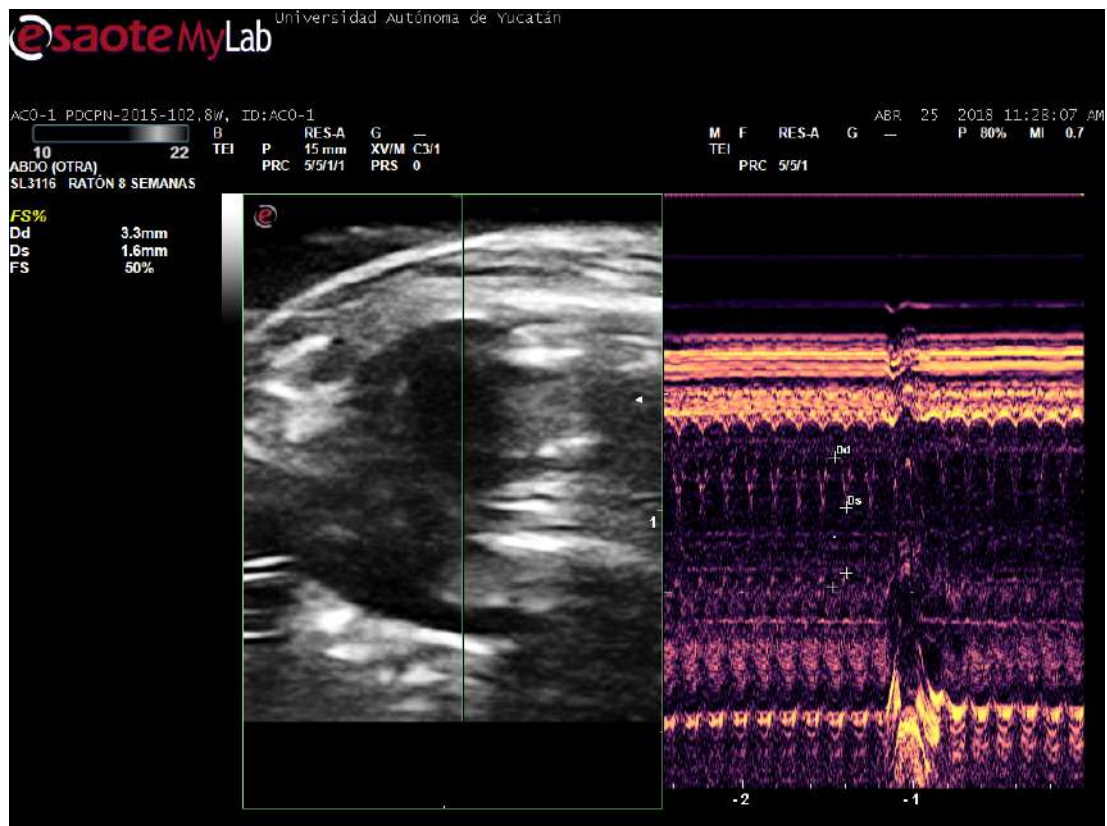


Figura 4.8: Imagen transversal del corazón y el modo M.

4.2. Proceso de extracción de imágenes a partir de videos

El resultado final del estudio ecocardiográfico es un video donde se puede observar la expansión y contracción del corazón, cada uno de estos videos no sobrepasan los tres segundos y el formato de presentación del mismo se puede observar en la Figura 4.5 por lo que se requiere de su edición para ser recortadas y obtener la zona o área de interés donde se aprecien la diástole y sístole del corazón, omitiendo todos aquellos datos innecesarios que se guardan al exportar el video del equipo de ultrasonido. El primer paso que se llevó a cabo fue la conversión del video en formato AVI a un número de imágenes contenidas en el video por segundo, para esta tarea se desarrolló una aplicación en Python que emplea el módulo PyQt para dicho fin, cabe aclarar que la aplicación fue desarrollada para archivos de video en formato AVI.

Inicializar la aplicación de conversión de video.

- Primero se ejecuta la aplicación desde la terminal mediante el siguiente comando `python vidToImg.py` tal y como se muestra en la Figura 4.9.

Selección del video a convertir.

- Se abre la ventana de la Figura 4.10 y se selecciona File, se muestra un submenú con Open File y Exit.
- Al presionar en la opción Open file se abre un buscador como el de la Figura 4.11 ahí se buscará la ubicación del video en formato AVI que se quiere convertir a imágenes y esa misma ubicación servirá para almacenar las imágenes de salida.

Conversión del video a imágenes.

- Una vez que se cargó el video se presiona el botón convert que se encuentra encerrado en el rectángulo rojo (Figura 4.12). En la Figura 4.13 se aprecia la barra de estado del proceso de conversión.
- Al terminar el proceso aparecerá una notificación de que la conversión concluyó con éxito (Figura 4.14) y se selecciona OK.
- En la Figura 4.15 el proceso de conversión ya finalizó pero se cuenta con la opción de abrir otro archivo de video AVI y empezar de nuevo con otra conversión en caso de ser necesario.

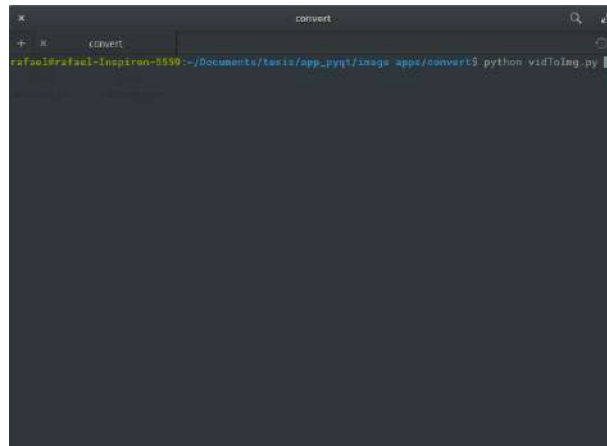


Figura 4.9: Ejecución de la aplicación de conversión de videos a imágenes

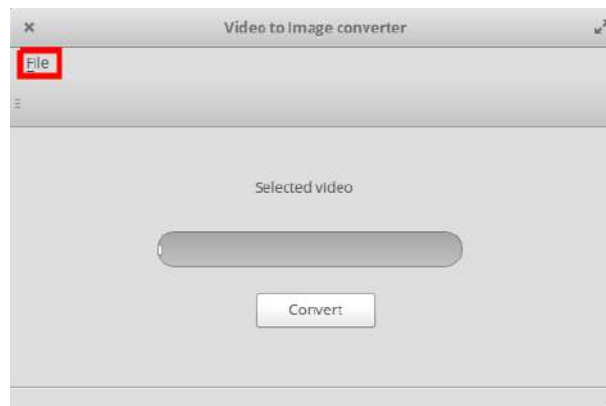


Figura 4.10: Interfaz de la aplicación

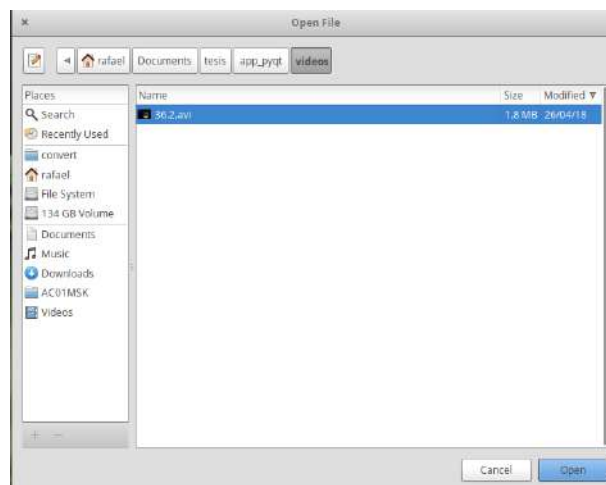


Figura 4.11: Selección del video a convertir

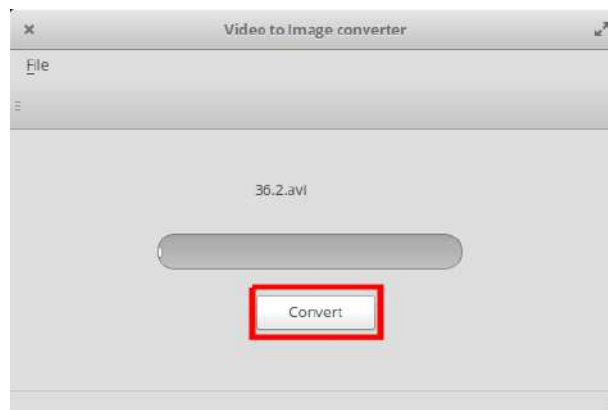


Figura 4.12: Muestra del video seleccionado

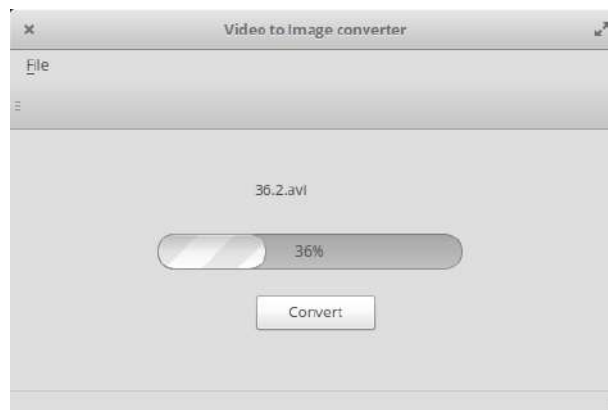


Figura 4.13: Estado del proceso de conversión

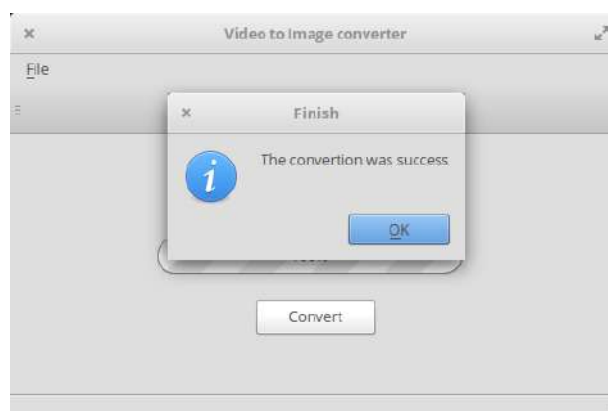


Figura 4.14: Éxito en la conversión

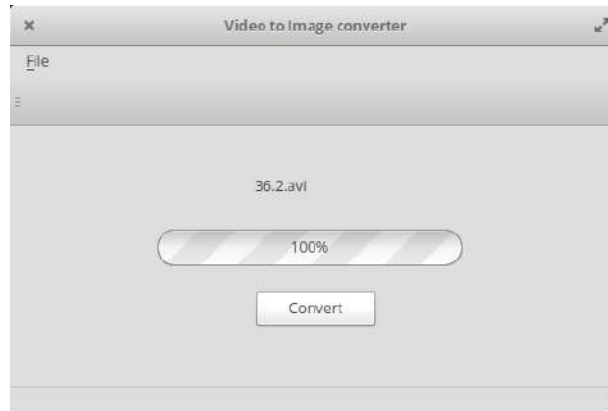


Figura 4.15: Conversión finalizada

Después de convertir el video a un conjunto de imágenes se corta el área correspondiente a la región de interés y se ignoran aquellos datos extra que resultan irrelevantes para el proyecto por lo que para lograr este fin se desarrolló otra aplicación siendo esta un poco más sencilla.

Ejecución de la aplicación para recorte de imágenes.

- Al ejecutar la aplicación se le pasa como parámetro la ubicación donde se encuentran las imágenes que se requieren cortar (Figura 4.16), en esta misma ubicación se guardan las imágenes de salida sobrescribiendo las que estaban anteriormente.

Selección del área de interés.

- Al ejecutar la aplicación se muestra la ventana de la Figura 4.17 en donde al cargar la aplicación abre la primera imagen contenida dentro de la carpeta que dimos como ubicación al momento de ejecutarla.
- Se selecciona la parte que se desea cortar mediante el puntero del ratón como se observa en la Figura 4.18 y de forma automática realiza el recorte para todas las imágenes contenidas en la carpeta sobrescribiendo las que se encontraban en dicha ubicación con anterioridad.
- En la Figura 4.19 se muestra el resultado del recorte en las imágenes.

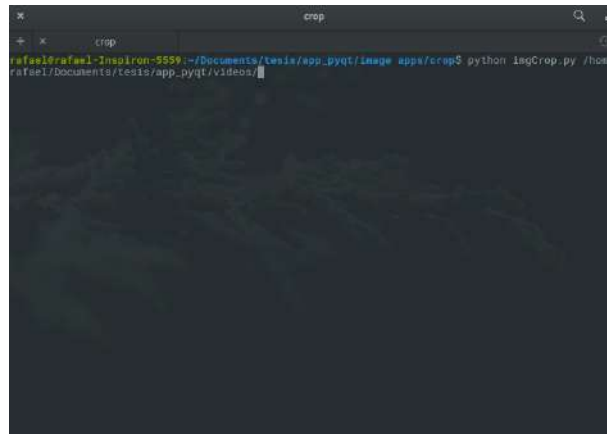


Figura 4.16: Ejecución de la aplicación.



Figura 4.17: Interfaz de la aplicación.



Figura 4.18: Selección del área a ser recortada.

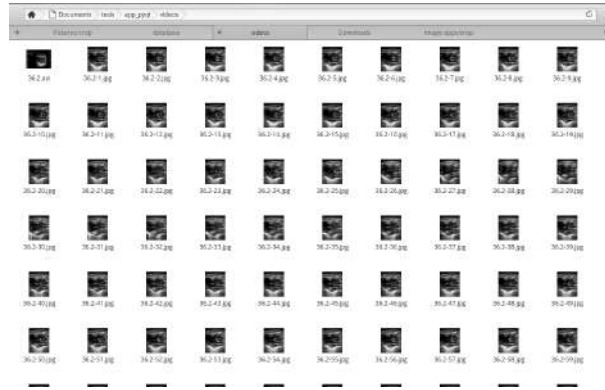


Figura 4.19: Resultados del recorte aplicado.

4.3. Segmentación manual usando ITK-SNAP

Una vez que se aplicaron los algoritmos mencionados anteriormente se procede con la segmentación manual de la region de interés (ROI), el ventrículo izquierdo utilizando el software ITK-SNAP, el cuál es usado para segmentar estructuras en imágenes médicas 3D. La aplicación proporciona un modo de segmentación semi automática usando contornos activos, así como el delineado manual y la navegación de imagen [31]. Dicha segmentación fue supervisada por un experto capaz de determinar el área que ocupa el ventrículo izquierdo y corroborar la correcta segmentación. La segmentación manual de las imágenes usando el software ITK-SNAP se realiza de la siguiente manera:

Reconocimiento del entorno de la aplicación

- Al abrir la aplicación se presenta un entorno bastante sencillo que está compuesto por una caja de herramientas donde se encuentran las opciones "*File*", "*Edit*", "*Segmentation*", "*Workspace*", "*Tools*" y "*Help*".
- Se cuenta con tres pestañas donde se observan las imágenes abiertas de manera reciente así como una sección de inicio y áreas de trabajo recientes.

Cargando una imagen en formato NiFTI

- El primer paso es seleccionar *File* y dar click en "*open main image*" tal y como se observa en la Figura 4.20. El programa soporta un gran número de formatos de imágenes médicas en el caso del proyecto de tesis se usa el formato NiFTI cuya extensión es .nii.

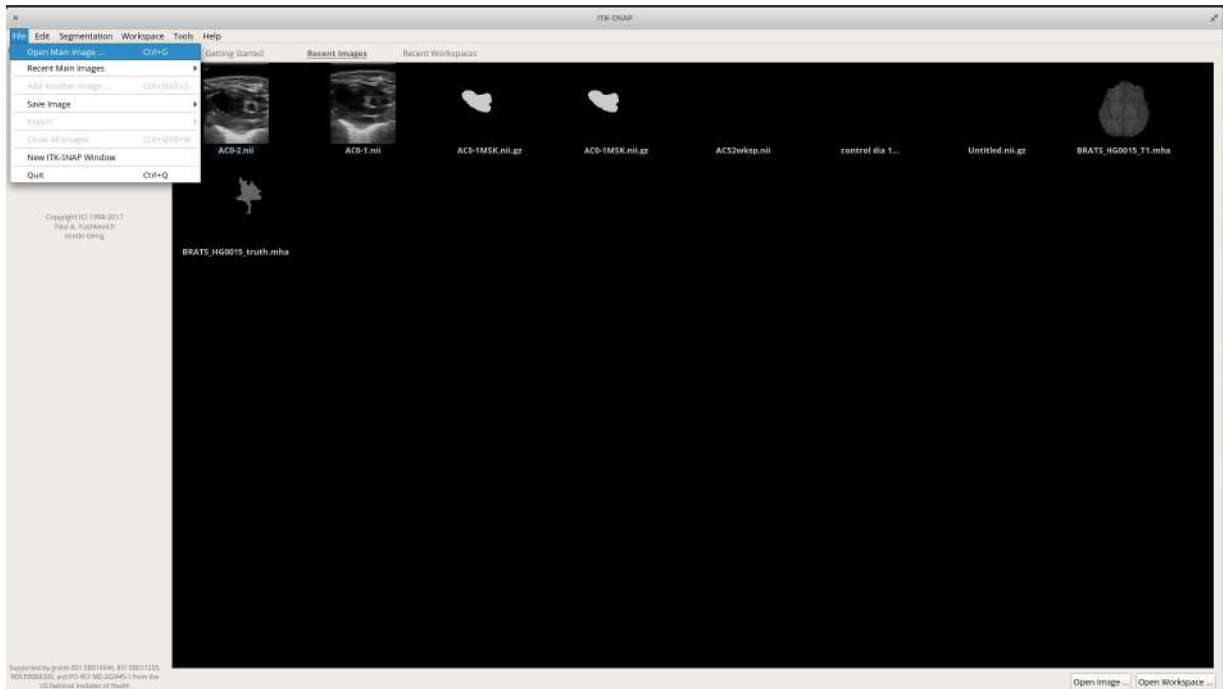


Figura 4.20: Segmentación manual usando ITK-SNAP: Paso 1 (Cargando una imagen en formato NiFTI)

- Después se observa la ventana de la Figura 4.21, en dónde mediante el botón *Browse* se procede a buscar la ubicación del archivo que se desea abrir.
- Dentro de *History* se mostrarán todas aquellas ubicaciones de los archivos abiertos con anterioridad.

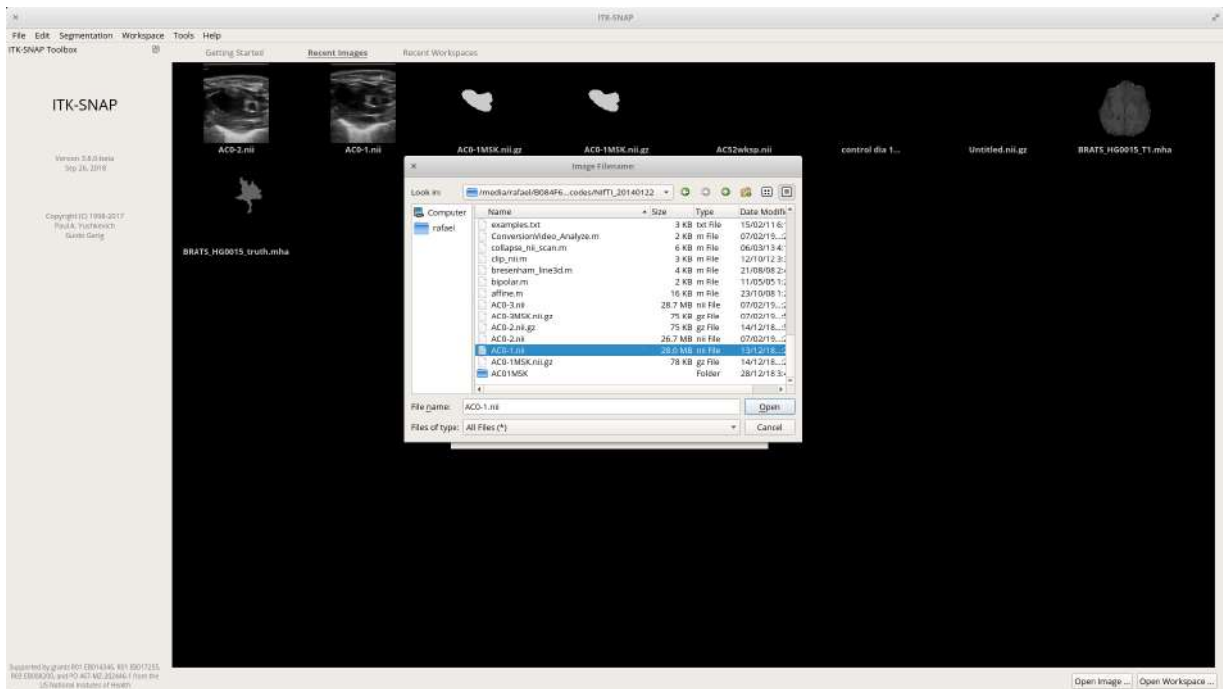


Figura 4.22: Segmentación manual usando ITK-SNAP: Paso 3 (Cargando una imagen en formato NiFTI)

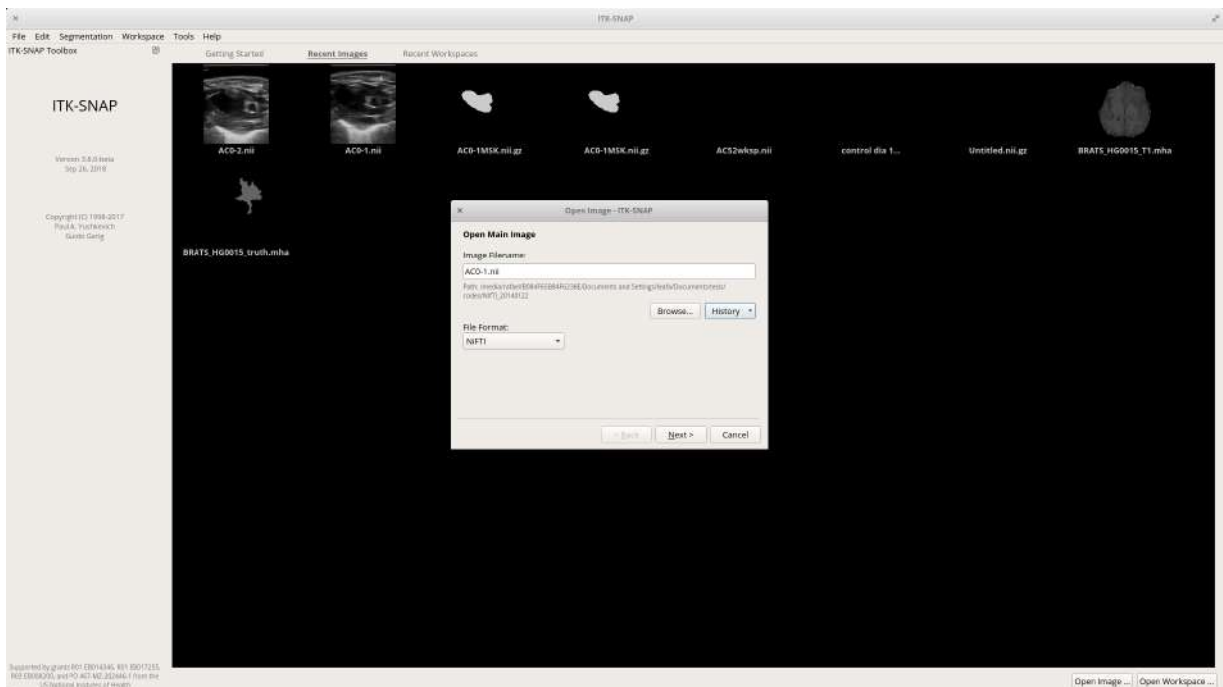


Figura 4.23: Segmentación manual usando ITK-SNAP: Paso 3 (Cargando una imagen en formato NiFTI)

Configuración del entorno

- Al darle click a Next se abrirá un entorno como el de la Figura 4.24 en el cual para el fin del proyecto de tesis solo interesa el primer cuadro de la imagen por lo que se presionará el botón con la letra A la cual está encerrada en rojo y se mostrará la imagen del primer recuadro, tal y como se puede apreciar en la Figura 4.25.

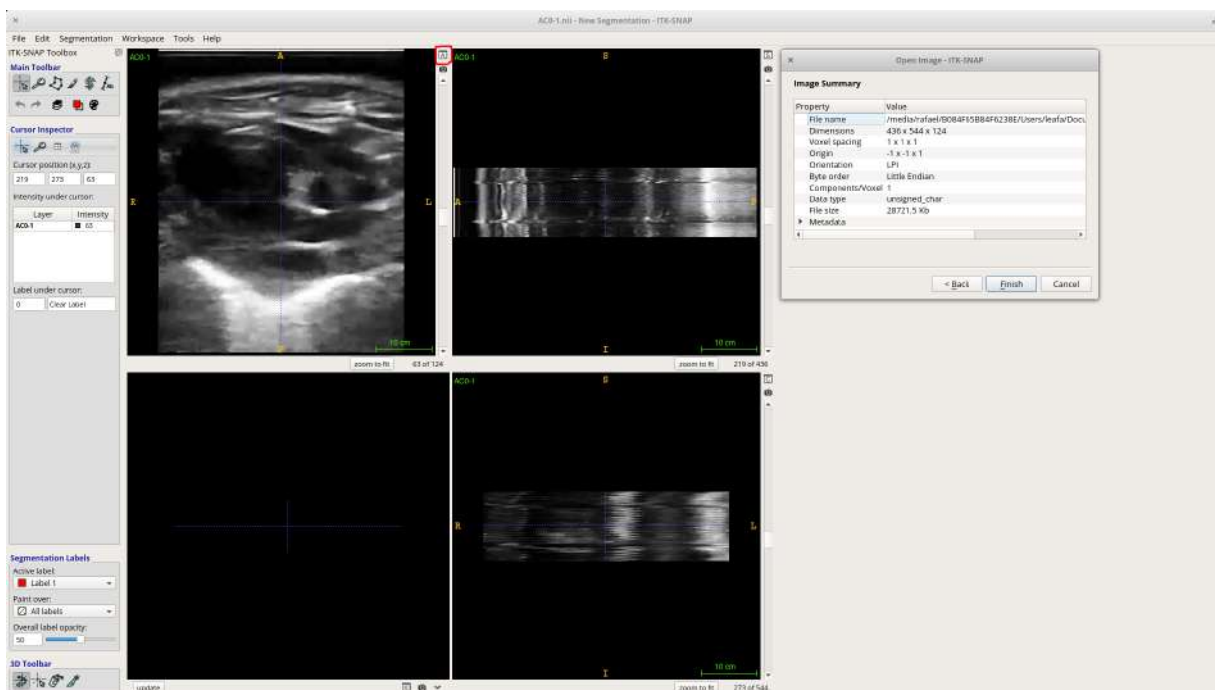


Figura 4.24: Segmentación manual usando ITK-SNAP: Paso 4 (Configuración del entorno).



Figura 4.25: Segmentación manual usando ITK-SNAP: Paso 4 (Configuración del entorno).



Figura 4.26: Segmentación manual usando ITK-SNAP: Paso 5 (Configuración del entorno).

- Antes de iniciar la segmentación primero selecciona la opción polígono el cual está delimitado con rojo (Figura 4.26), se selecciona la capa activa dónde se va a realizar

la segmentación siendo el caso del ejemplo la capa 3 como se aprecia en la Figura 4.27.

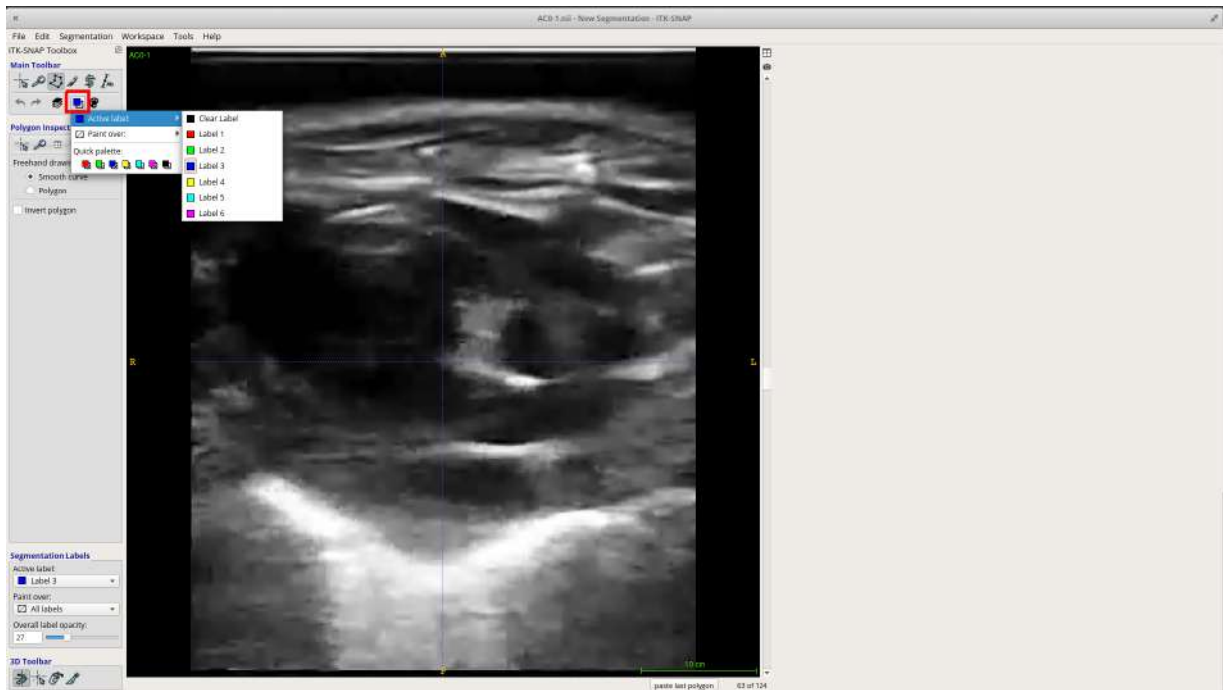


Figura 4.27: Segmentación manual usando ITK-SNAP: Paso 5 (Configuración del entorno).

Selección y ajuste del área a segmentar

- Mediante cursor el se empieza a seleccionar el área del polígono que se desea segmentar (Figura 4.28).
- En caso de que la selección del área a segmentar no sea correcta dando click sobre el botón undo last point es posible ir eliminando pequeños tramos del polígono que se está dibujando, esto se puede observar en la Figura 4.29.



Figura 4.28: Segmentación manual usando ITK-SNAP: Paso 6 (Selección y ajuste del área a segmentar).



Figura 4.29: Segmentación manual usando ITK-SNAP: Paso 6 (Selección y ajuste del área a segmentar).

- Una vez seleccionada el área con el polígono correctamente dibujado (Figura 4.30), se le da click al botón accept el cual se encuentra encerrado en un rectángulo rojo y se rellenará el área completa del polígono dibujado del color de la capa activa seleccionada (Figura 4.31).

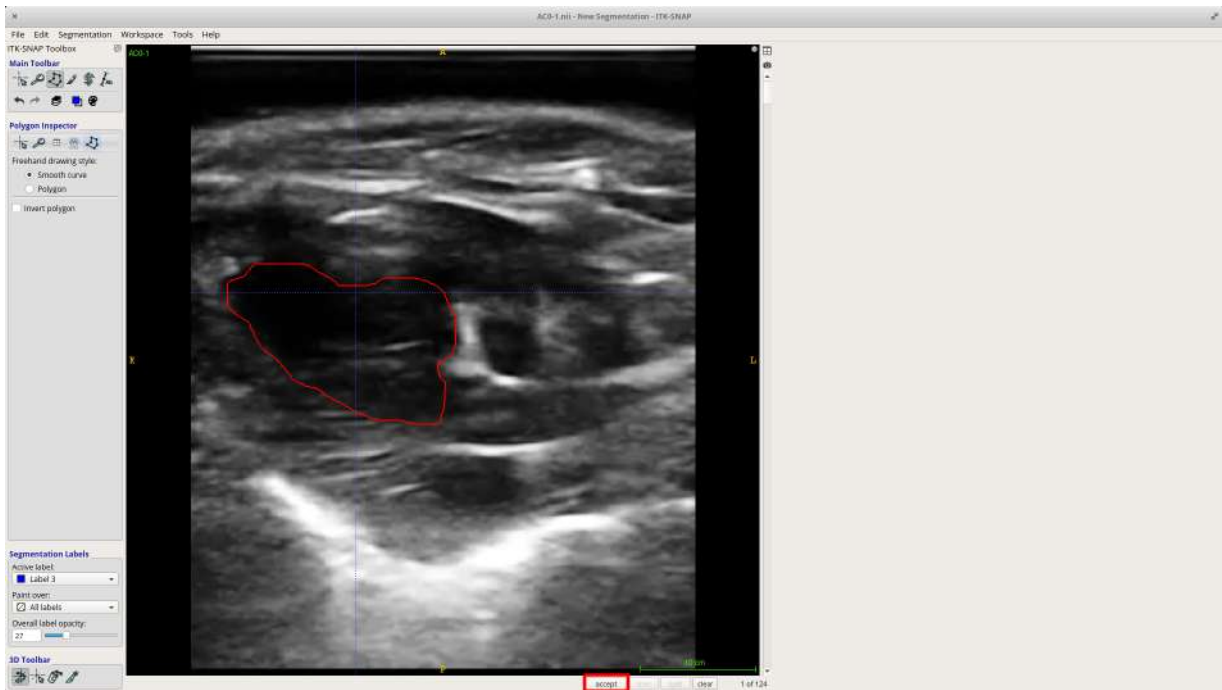


Figura 4.30: Segmentación manual usando ITK-SNAP: Paso 7 [31]



Figura 4.31: Segmentación manual usando ITK-SNAP: Paso 7 [31]

Guardando la segmentación realizada

- El último paso consiste en seleccionar el submenú Segmentation y dar click en Save que se encuentra encerrado en un rectángulo rojo como se aprecia en la Figura 4.32.
- Después se abrirá una ventana para seleccionar la ubicación y el nombre como se desea guardar la segmentación (Figura 4.33).



Figura 4.32: Segmentación manual usando ITK-SNAP: Paso 8 (Guardando la segmentación realizada)

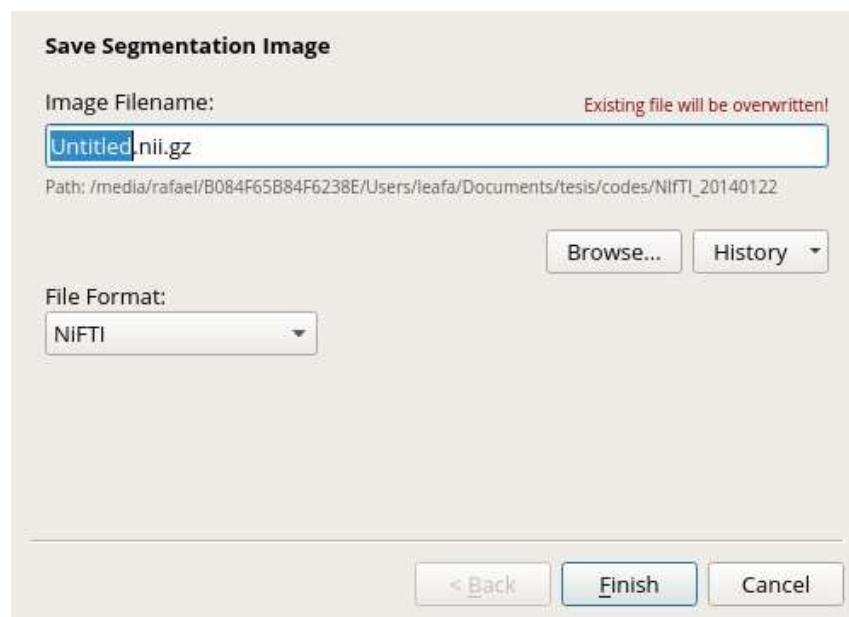


Figura 4.33: Segmentación manual usando ITK-SNAP: Paso 8 (Guardando la segmentación realizada)

4.4. Resumen

Se obtuvo una base de datos de 400 imágenes segmentadas manualmente, de un total de al rededor de 123 imágenes por video la segmentación se realizó cada tres imágenes obteniendo un promedio de 40 imágenes segmentadas por video. Las muestras segmentadas fueron de ratones en etapa de control de los días 0, 5 y 10. Una vez construida la base de datos de imágenes correctamente segmentadas se procede a obtener los conjuntos de nivel para luego aplicar el algoritmo Chan-Vese con forma a priori.

Capítulo 5

Experimentos y resultados

A continuación se describen los experimentos realizados para probar el algoritmo de segmentación desarrollado. Se explica la generación de los conjuntos de nivel y las máscaras de cada imagen para poder llevar a cabo la ejecución del algoritmo. Vale la pena señalar que los experimentos fueron realizados cambiando los diversos parámetros de entrada del algoritmo desarrollado con la finalidad de obtener una segmentación más ajustada o aproximada a la forma a priori. Después se presentarán en la sección de resultados los casos en los que el algoritmo tuvo éxito al realizar la segmentación y aquellos en los que la segmentación no tuvo el resultado esperado. Los resultados se llevaron a cabo sobre imágenes en la cual el ventrículo izquierdo presenta una mayor expansión (diástole) y aquellas en las que se encuentra contraído (sístole).

5.1. Materiales

Los experimentos fueron llevados a cabo en una computadora con sistema operativo Linux Ubuntu versión 16.04.5 LTS, con Dual-Core Intel® Core™ i7-6500U CPU @ 2.50GHz y 8GB de memoria RAM. Se usaron videos ecocardiográficos proporcionados por el CIR. Además, se utilizó el servidor de la Facultad de Matemáticas para la ejecución del algoritmo encargado de generar los conjuntos de nivel de las máscaras del ventrículo izquierdo. Dicho servidor corre bajo el sistema operativo Linux Ubuntu versión 16.04.1 LTS, con Intel(R) Core(TM) i7-6700 CPU @ 3.40GHz y 8GB de RAM.

5.2. Segmentación manual de las imágenes para la construcción de la base de datos.

La segmentación de las imágenes ecocardiográficas fueron llevadas a cabo en el Centro de Investigaciones Regionales "Dr. Hideyo Noguchi", bajo la supervisión de la Dra. Ana Paulina Haro Álvarez, catedrática CONACYT en la UADY y experta en la aplicación de ultrasonido y detección de los elementos morfológicos del corazón de ratón en imágenes ecocardiográficas. El proceso de identificación de los bordes que forman el ventrículo izquierdo requiere una curva de aprendizaje ya que se necesita del entrenamiento del ojo humano para poder identificar los bordes de la región del ventrículo izquierdo en cada una de las imágenes que se van a segmentar. En la presente tesis se obtuvieron dos tipos de máscaras de la segmentación manual, la que se muestra en la Figura 5.1(inciso b) y 5.3 (inciso b), las Figuras 5.2 y 5.4 representan la versión en sístole de los dos modelos de segmentación con los que se cuenta. Esto se debe a que la escala del corazón de los ratones está en milímetros, es decir valores muy pequeños por lo que un ligero movimiento del transductor al pasar de un paciente a otro resulta en una enorme variación de la imagen final pasando de observar el ventrículo izquierdo junto con la aorta, al ventrículo izquierdo junto con el atrio izquierdo por lo que al momento de realizar la segmentación se obtienen dos tipos de máscaras distintas. Esta variación que da como resultado otro tipo de máscara no se encuentra presente en todos los pacientes, cabe aclarar que al momento de realizar el estudio éste se realiza a pulso del experto y no se cuenta con ningún tipo de mecanismo que ayude a mejorar la precisión al momento de usar el transductor.

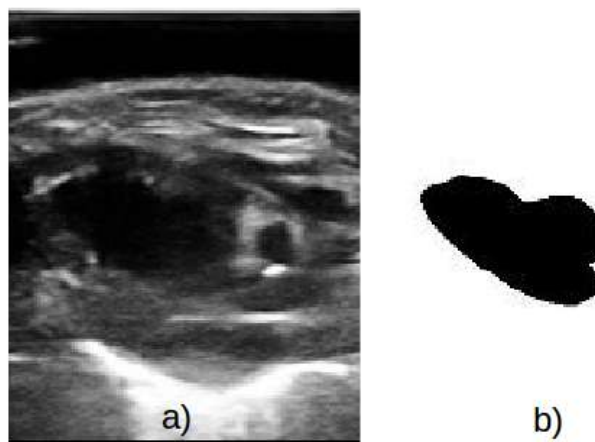


Figura 5.1: a) Imagen de entrada ventrículo en diástole. b) Resultado de la segmentación manual.

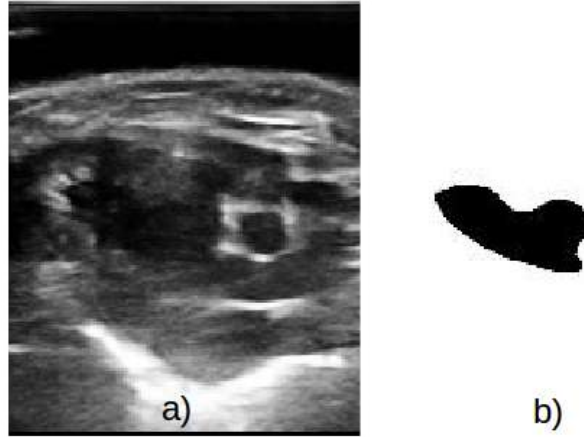


Figura 5.2: a) Imagen de entrada ventrículo en sístole. b) Resultado de la segmentación manual.

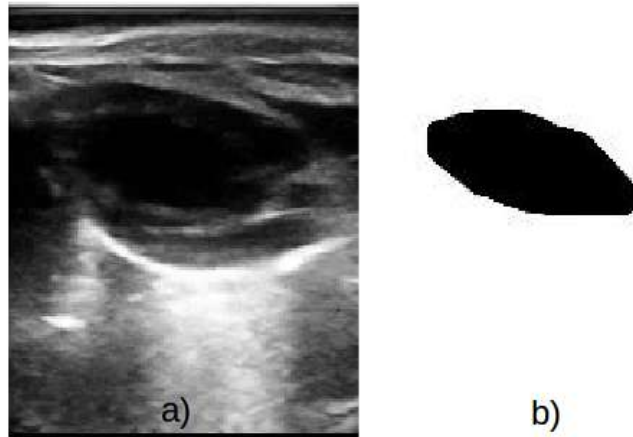


Figura 5.3: a) Imagen de entrada ventrículo en diástole. b) Resultado del segundo tipo de segmentación manual.

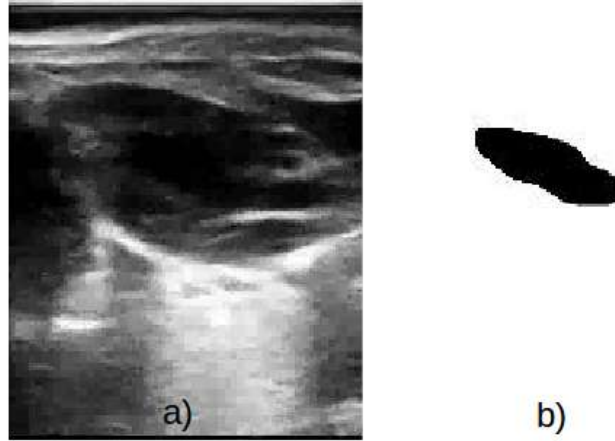


Figura 5.4: a) Imagen de entrada ventrículo en sístole. b) Resultado del segundo tipo de segmentación manual.

5.3. Generación de los conjuntos de nivel

El método del conjunto nivel es una técnica numérica que permite delinear interfaces y formas, teniendo como ventajas la realización de cálculos numéricos que tomen en cuenta curvas y superficies en una cuadrícula cartesiana fija sin la necesidad de parametrizar los objetos. El método tiene como idea central representar la evolución de un contorno usando una función con signo, donde su nivel cero corresponde al contorno actual, de modo que de acuerdo a la ecuación de movimiento de las curvas de nivel, es posible obtener de manera sencilla un flujo similar de la superficie implícita que cuando se aplica al nivel de cero reflejará la propagación del contorno. Para el proyecto de tesis resulta de suma importancia la generación del conjunto nivel, ya que el algoritmo desarrollado en la presente tesis hace uso de una forma previa a la cual la evolución de la curva del método de contornos activos sin bordes se debe adaptar. Después de tener la base de datos con sus respectivas máscaras (ver Figuras 5.5, 5.7, 5.9 y 5.11) para diástole y sístole, se calcula el promedio de dichas máscaras representada en una sola imagen.



Figura 5.5: Máscaras de paciente de control (diástole).



Figura 5.6: Promedio de las máscaras del paciente de control (diástole).



Figura 5.7: Máscaras de paciente de control (sístole).



Figura 5.8: Promedio de las máscaras del paciente de control (sístole).



Figura 5.9: Máscaras de paciente de control debido al leve desplazamiento del transductor (diástole).



Figura 5.10: Promedio de las máscaras del paciente de control debido al leve desplazamiento del transductor (diástole).



Figura 5.11: Máscaras de paciente de control debido al leve desplazamiento del transductor (sístole).



Figura 5.12: Promedio de las máscaras del paciente de control debido al leve desplazamiento del transductor (sístole).

A la imagen que representa el promedio de las máscaras (Figuras 5.6, 5.8, 5.10 y 5.12) se le aplica el algoritmo encargado de obtener el conjunto nivel de la figura. El resultado se puede observar en las Figuras 5.13 a 5.16

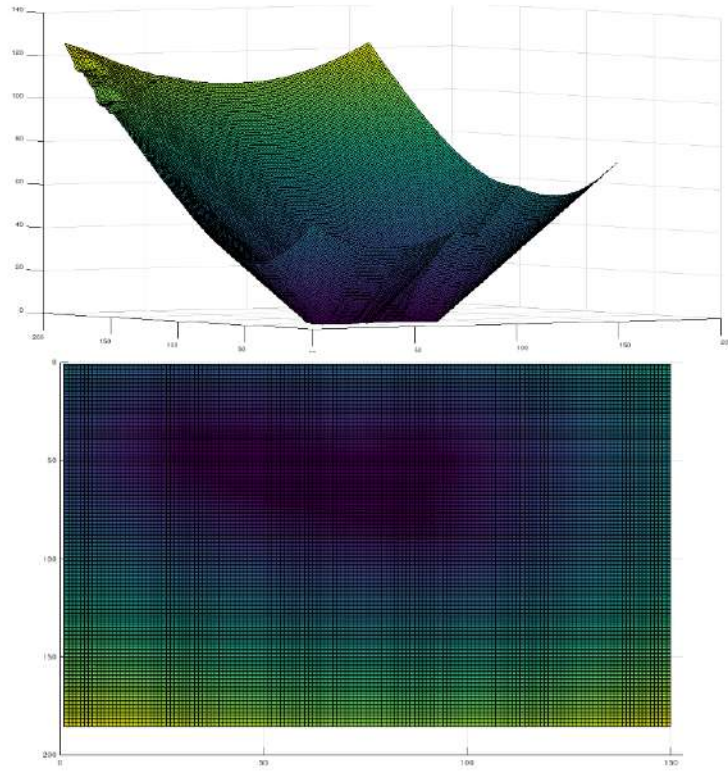


Figura 5.13: Conjunto nivel del promedio de las máscaras (diástole).

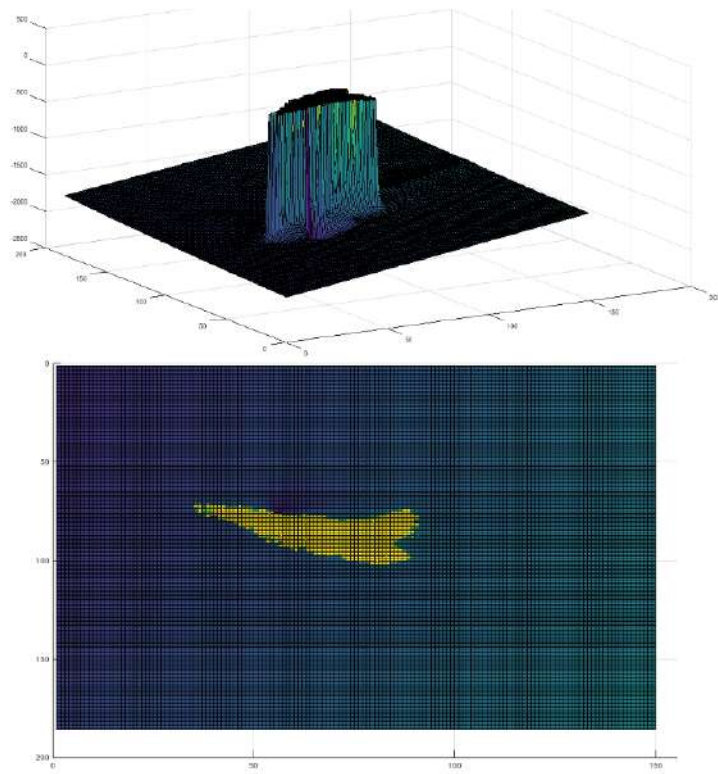


Figura 5.14: Conjunto nivel del promedio de las máscaras (sístole).

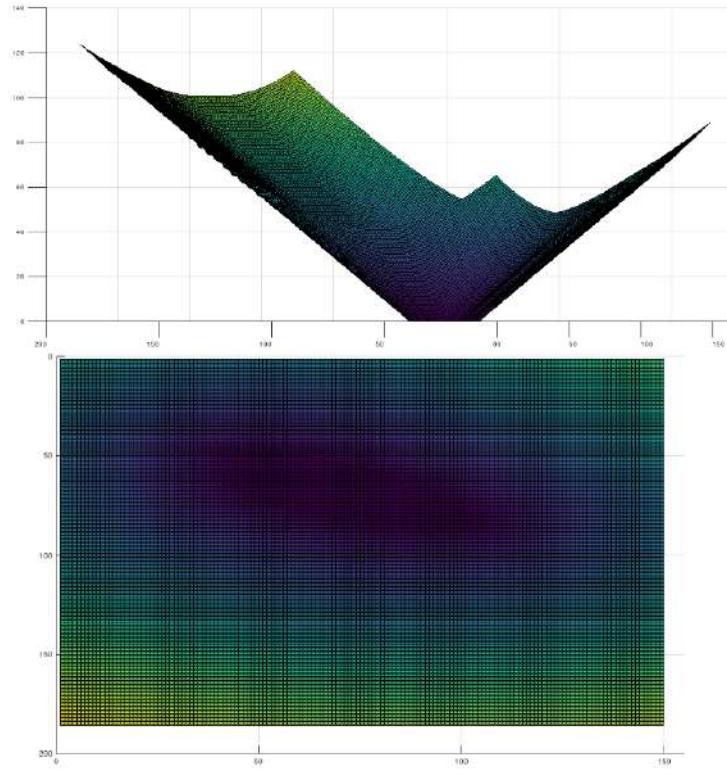


Figura 5.15: Conjunto nivel del promedio de las máscaras con leve desplazamiento del transductor (diástole).

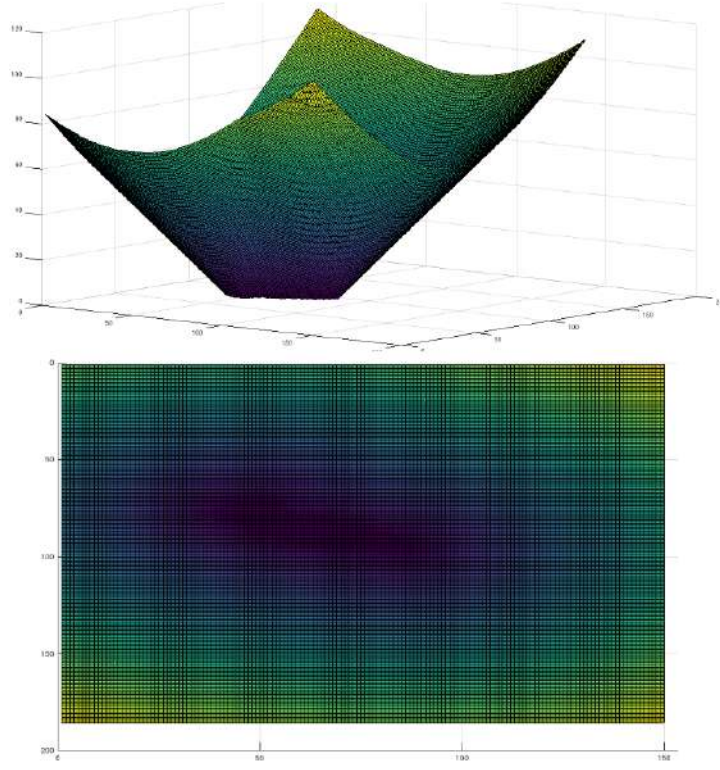


Figura 5.16: Conjunto nivel del promedio de las máscaras con leve desplazamiento del transductor (sístole).

Los contornos de nivel mostrados arriba corresponden a las Figuras 5.6, 5.8, 5.10 y 5.12 respectivamente. El algoritmo de generación de conjuntos de nivel se encarga de reinicializar el valor de ϕ , en este caso la imagen de forma apriori en una función de distancia signada, mientras se conserva el conjunto de nivel cero. El proceso mencionado con anterioridad resulta muy tardado debido a la evaluación del pixel (i,j) en $\frac{\phi(i,j,t+\Delta t) - \phi(i,j,t)}{\Delta t}$, donde el gradiente es evaluado mediante un esquema de diferencias finitas:

$$\nabla^{+x}(i,j) = \max[0, \Delta^{-x}\phi(i,j)]^2 + \min[0, \Delta^{+x}\phi(i,j)]^2, \quad \text{cuando } F > 0 \quad (5.1)$$

$$\nabla^{-x}(i,j) = \max[0, \Delta^{+x}\phi(i,j)]^2 + \min[0, \Delta^{-x}\phi(i,j)]^2, \quad \text{cuando } F < 0 \quad (5.2)$$

donde F es una fuerza normal a la superficie, $\Delta^{+x}\phi$ y $\Delta^{-x}\phi$ representan el lado izquierdo o derecho de las diferencias finitas dado un punto, ∇^{+x} y ∇^{-x} representa el lado izquierdo o derecho del cálculo del gradiente dependiendo del valor de la fuerza.

Métodos de validación del algoritmo

Para realizar la validación de los resultados obtenidos de la segmentación semiautomática se codificó un script en python que se encarga de generar una matriz de confusión devolviendo los valores verdaderos positivos (TP), verdaderos negativos (TN), falsos positivos (FP) y falsos negativos (FN). Con los valores obtenidos de la matriz de confusión podemos calcular los valores de precisión, F1 score y el coeficiente de correlación de Mathews (MCC).

Precisión

Es una métrica común de validación en clasificación binaria, calculándose de la siguiente forma:

$$Precision = \frac{TP + TN}{TP + TN + FP + FN} \quad (5.3)$$

donde el resultado varía entre 0 y 1, siendo cero el peor valor que se pueda obtener y 1 el valor más alto.

F1 score

Métrica de exactitud de algoritmos cuyos resultados varían entre 0 y 1 y es calculado de la siguiente forma:

$$F1score = \frac{2 * TP}{2 * TP + FP + FN} \quad (5.4)$$

Coeficiente de correlación de Mathews

Coeficiente de correlación de Mathews (MCC) se calcula de la siguiente forma:

$$MCC = \frac{TP * TN - FP * FN}{\sqrt{(TP + FP)(TP * FN)(TN * FP)(TN * FN)}} \quad (5.5)$$

donde los valores resultantes oscilan entre -1 y +1, siendo -1 una correlación absolutamente opuesta entre la máscara obtenida por segmentación manual y la máscara obtenida mediante el algoritmo, 0 representa un resultado aleatorio donde algunas predicciones coinciden y 1 representa una correlación correcta entre la predicción y la base.

5.4. Búsqueda de los parámetros α , dt y μ

Las primeras pruebas que se llevaron a cabo para la obtención de los parámetros fueron con imágenes ultrasónicas de ratones del grupo agudo control día 0 en los cuales en ventrículo se encuentra tanto en diástole como sístole. Para los resultados que se presentan a continuación se puede observar una segmentación muy precisa y detallada del ventrículo izquierdo. La obtención de los parámetros para conseguir la segmentación más parecida a la manual se realizó mediante procedimientos de prueba y error, realizando varias ejecuciones del algoritmo cambiando dichos parámetros. Cada ejecución se evalúa tomando en cuenta la precisión, F1 score y el coeficiente de correlación de Mathews (MCC).

Con un valor de $\alpha = 0,01$ pequeño el cual corresponde al peso del modelo de forma que se pretende segmentar, un tamaño de paso $dt = 0,1$ el cual permite una rápida convergencia del algoritmo y una $\mu = 0,2$ fija. El algoritmo convergió en un promedio de 1485 iteraciones entre las cuatro imágenes presentadas.

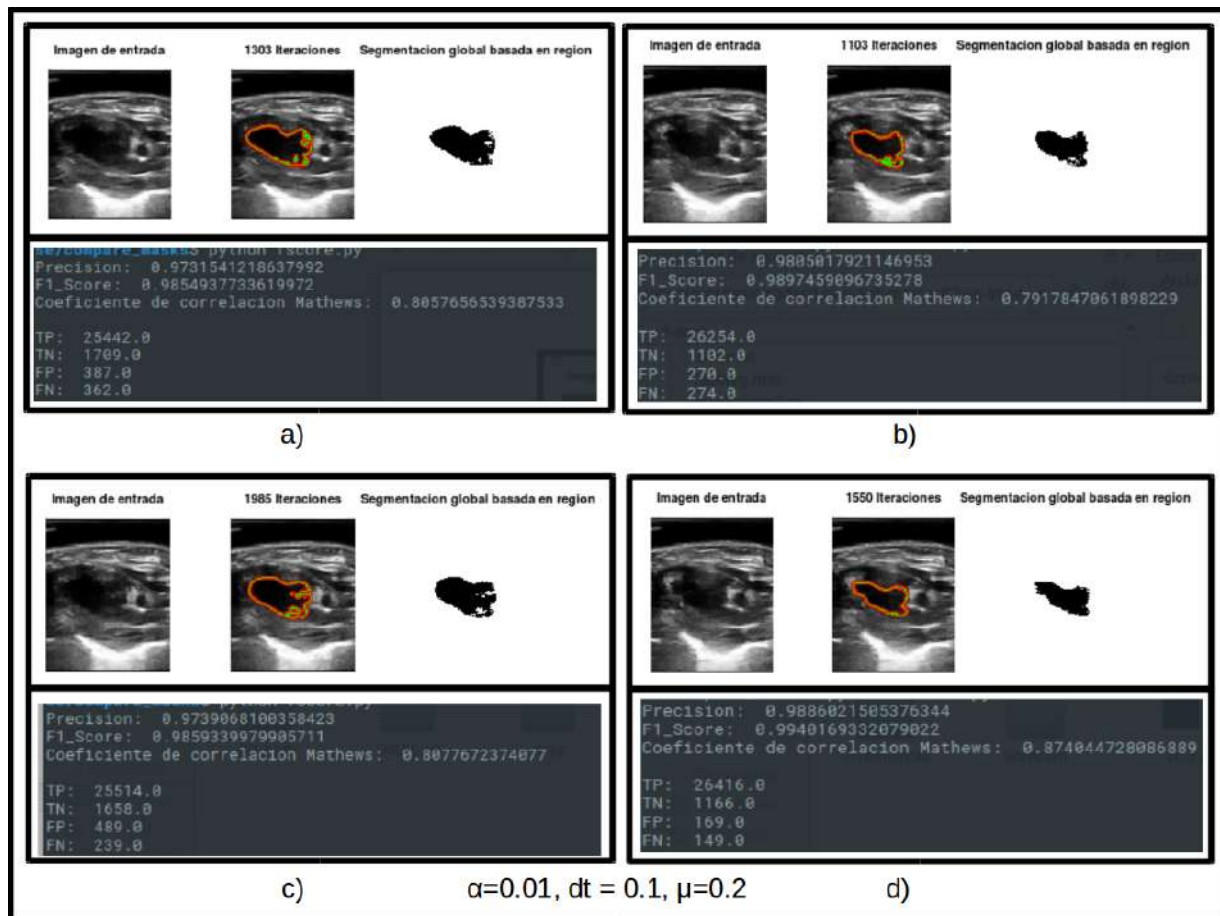


Figura 5.17: Resultado de la segmentación con $\alpha = 0,01$, un tamaño de paso $dt = 0,1$ y $\mu = 0,2$ fijo.

El resultado se puede observar en la Figura 5.17, donde se puede apreciar pequeñas imperfecciones en la segmentación realizada. En la figura los incisos a) y c) corresponden al ventrículo en diástole obteniendo como resultado una precisión del 97.3154 %, F1 score de 98.5493 % y MCC de 80.5765 % para el primer inciso mencionado y precisión del 97.3906 %, F1 score de 98.5933 % y MCC de 80.7767 % para el segundo. Los incisos b) y d) corresponden al ventrículo en sístole obteniendo como resultado una precisión del 98.0501 %, F1 score de 98.9745 % y MCC de 79.1784 % para el primer inciso mencionado y precisión del 98.8602 %, F1 score de 99.4016 % y MCC de 87.4044 % para el segundo.

Cambiando el valor de α por un valor mayor $\alpha = 1$, se le otorga una mayor prioridad al peso del modelo de forma que se pretende segmentar, se mantiene el mismo tamaño de paso $dt = 0,1$ por lo que la convergencia toma un número parecido de iteraciones que la prueba anterior y una $\mu = 0,2$ fija. En esta ocasión el promedio de convergencia del algoritmo fue de 1493 iteraciones.

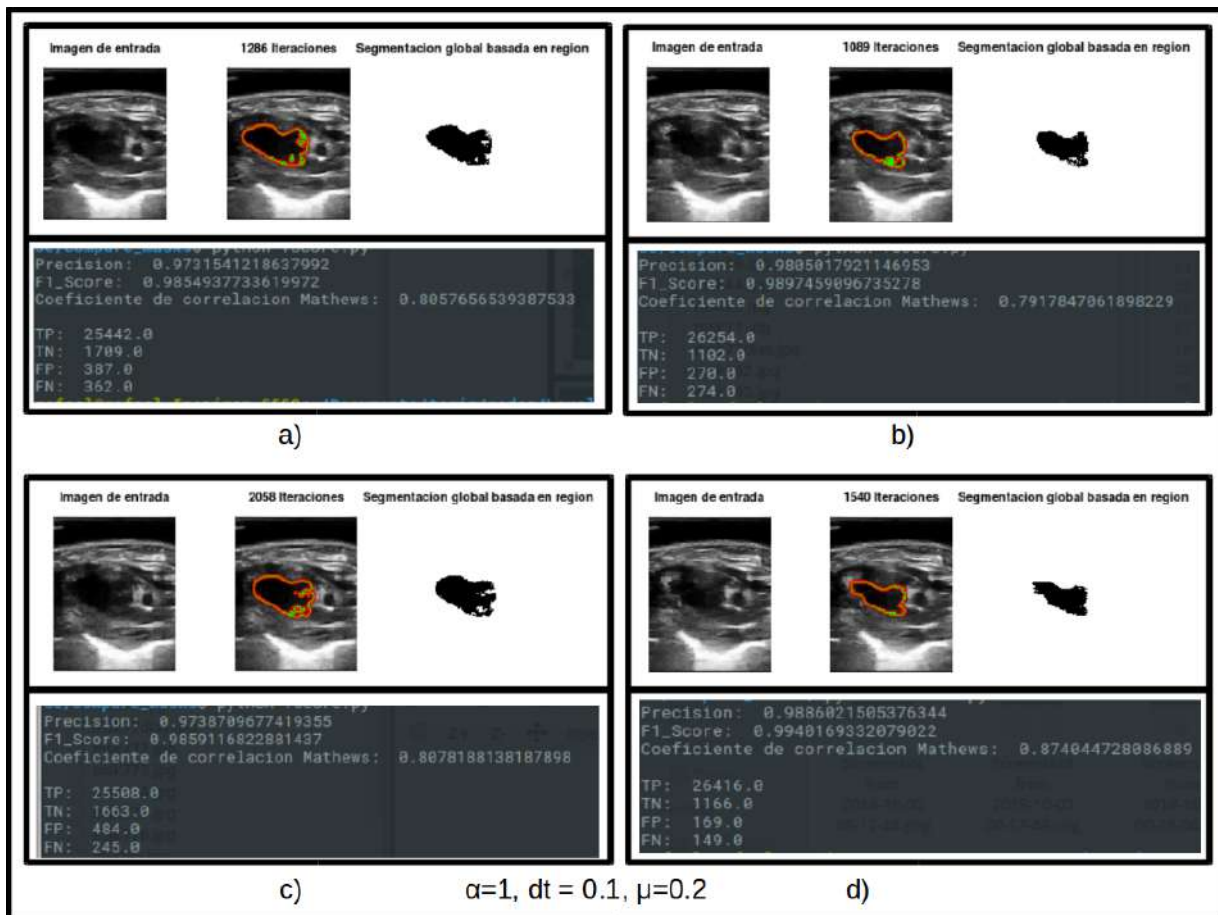


Figura 5.18: Resultado de la segmentación con $\alpha = 1$, un tamaño de paso $dt = 0,1$ y $\mu = 0,2$ fijo.

El resultado se puede observar en la Figura 5.18, donde se puede apreciar pequeños imperfectos en la segmentación realizada pero un leve descenso en el número de iteraciones. Los incisos a) y c) de la figura corresponden al ventrículo en diástole obteniendo como resultado una precisión del 97.3154 %, F1 score de 98.5493 % y MCC de 80.5765 % para el primer inciso mencionado y precisión del 97.3870 %, F1 score de 98.5911 % y MCC de 80.7818 % para el segundo. Los incisos b) y d) corresponden al ventrículo en sístole obteniendo como resultado una precisión del 98.0501 %, F1 score de 98.9745 % y MCC de 79.1784 % para el primer inciso mencionado y precisión del 98.8602 %, F1 score de 99.4016 % y MCC de 87.4044 % para el segundo.

Con respecto al experimento anterior con los resultados obtenidos vemos que no existe una gran diferencia al variar el peso de la variable α , existe un aumento en el número de iteraciones para convergencia del algoritmo pero en cuanto a valores de precisión, F1 score y MCC prácticamente se mantienen los valores, a excepción del inciso c) donde existe una reducción de la precisión en 0.01 %, F1 score de 0.0022 % y un aumento en MCC de 0.01 %. Siguiendo con la optimización del algoritmo los valores usados en esta ejecución fueron $\alpha = 15$, se le aumenta el valor para otorgar aun mayor prioridad al peso del modelo de forma que se pretende segmentar, se mantiene el tamaño de paso $dt = 0,1$ y el valor de $\mu = 0,2$ fija. En esta ocasión el promedio de iteraciones del algoritmo fue de 1458.

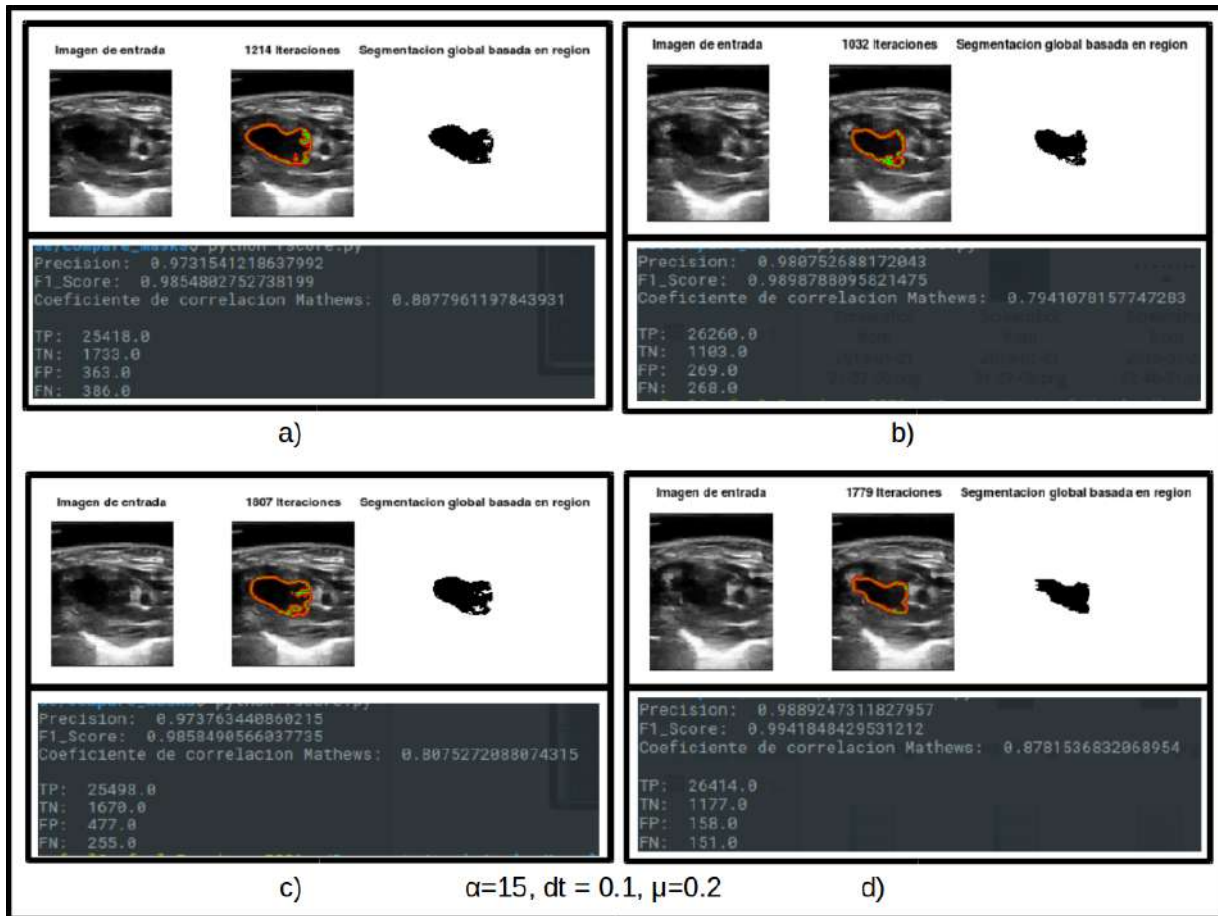


Figura 5.19: Resultado de la segmentación con $\alpha = 15$, un tamaño de paso $dt = 0,1$ y $\mu = 0,2$ fijo.

Los resultados de este experimento se pueden observar en las Figura 5.19, al conservar el mismo tamaño de paso el algoritmo converge en un promedio de iteraciones de 1458 lo cual se encuentra en el rango de los experimentos hechos con anterioridad. Los incisos a) y c) de la figura que se analiza corresponden al ventrículo en diástole obteniendo como resultado una precisión del 97.3154 %, F1 score de 98.5480 % y MCC de 80.7796 % para el primer inciso mencionado y precisión del 97.3763 %, F1 score de 98.5849 % y MCC de 80.7796 % para el segundo. Los incisos b) y d) corresponden al ventrículo en sístole obteniendo como resultado una precisión del 98.0752 %, F1 score de 98.9878 % y MCC de 79.4107 % para el primer inciso mencionado y precisión del 98.8924 %, F1 score de 99.4184 % y MCC de 87.8153 % para el segundo. En este experimento se puede apreciar una baja no significativa en los resultados de precisión, F1 score y MCC en las imágenes diastólicas mientras que en las imágenes sistólicas se nota una mejora en precisión de 0.025 %, F1 score de 0.014 % y MCC de 0.24 % para el inciso b) y un aumento de 0.03 %

en la precisión, 0.01 % en el F1 score y 0.4 % en MCC para el inciso d).

Al observar que las iteraciones no variaban y el resultado de la segmentación se mantenía en algunos casos o empeoraba y mejoraba en otros, se procedió a usar los siguientes valores para los parámetros, $\alpha = 30$, se le aumenta el valor otorgando aun mayor prioridad al peso del modelo de forma que se pretende segmentar, un tamaño de paso $dt = 0,25$ con la finalidad de reducir el número de iteraciones y acelerar la convergencia, por último $\mu = 0,2$ fija. El promedio de las iteraciones para convergencia del algoritmo fue de 581.

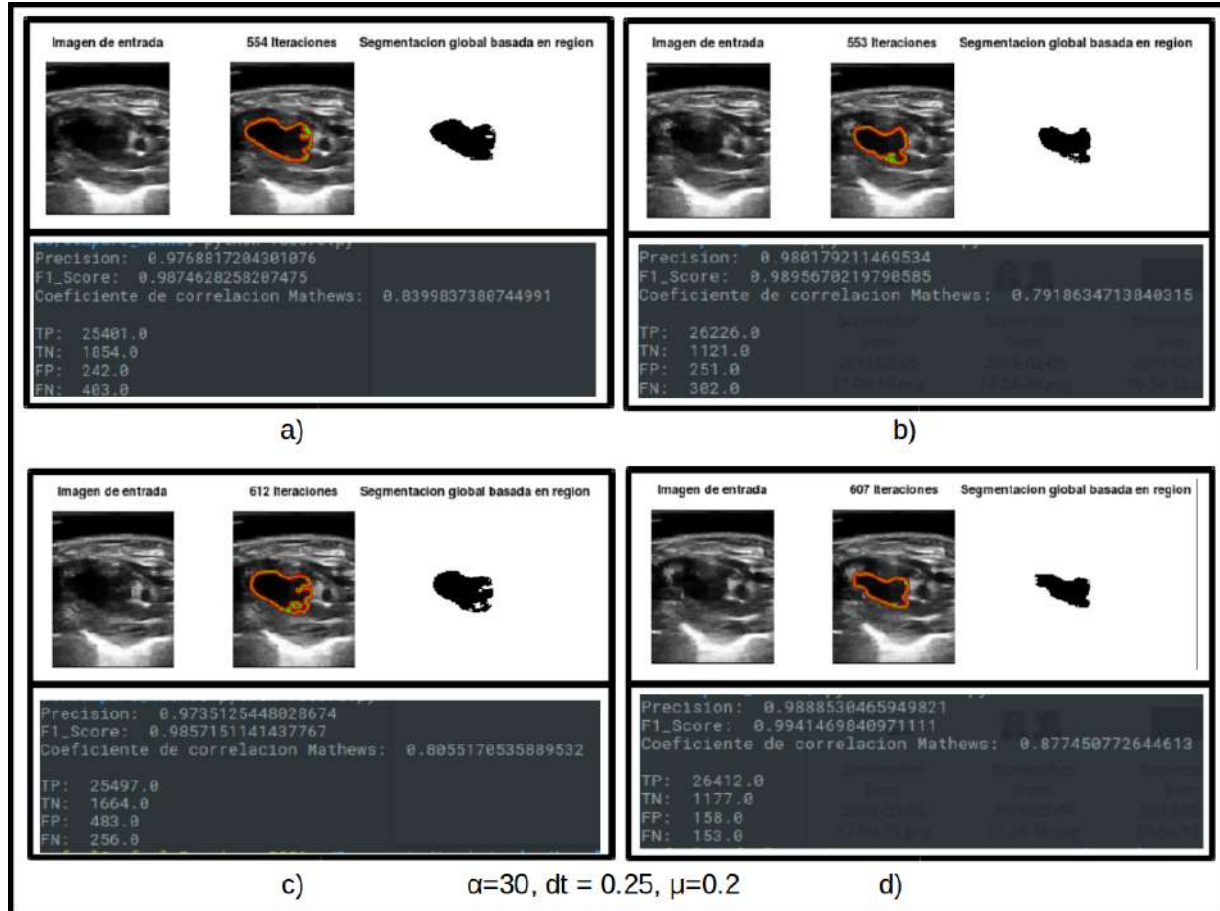


Figura 5.20: Resultado de la segmentación con $\alpha = 30$, un tamaño de paso $dt = 0,25$ y $\mu = 0,2$ fijo.

Los incisos a) de la Figura 5.20 que corresponde al ventrículo en diástole obtuvo los resultados de precisión, F1 score y MCC de 97.6881 %, 98.7462 % y 89.9983 % respectivamente mientras que el inciso c) obtuvo 97.3512 %, 98.5715 % y 80.5517 % para precisión, F1 score y MCC respectivamente. La imagen del inciso b) correspondiente a sístole tuvo como resultados una precisión de 98.0179 %, F1 score de 98.9567 % y 79.1863 % mientras que el inciso d) se obtuvo 98.8853 %, 99.4146 % y 87.7450 % de precisión, F1 score y MCC

respectivamente. En esta ocasión se obtiene una mejora en el número de iteraciones con respecto a experimentos anteriores, de igual forma resulta interesante analizar que ahora se obtiene una mejora únicamente en el primer inciso de las imágenes en diástole mientras que los incisos b), c) y d) redujeron su precisión, F1 score y MCC. El aumento promedio para el primer inciso del ventrículo en diástole fue de 1.2632 %, para el segundo inciso se obtuvo una disminución promedio de 0.079 %. En cuanto al primer inciso de sístole se obtuvo un decremento promedio de 0.1042 % y por último se obtuvo un decremento promedio de 0.3151 %.

Ahora con un valor de $\alpha = 50$, un tamaño de paso $dt = 0,5$ con la finalidad de acelerar la convergencia del algoritmo y una $\mu = 0,2$ se obtuvo que el algoritmo convergió en un promedio de 364 iteraciones.

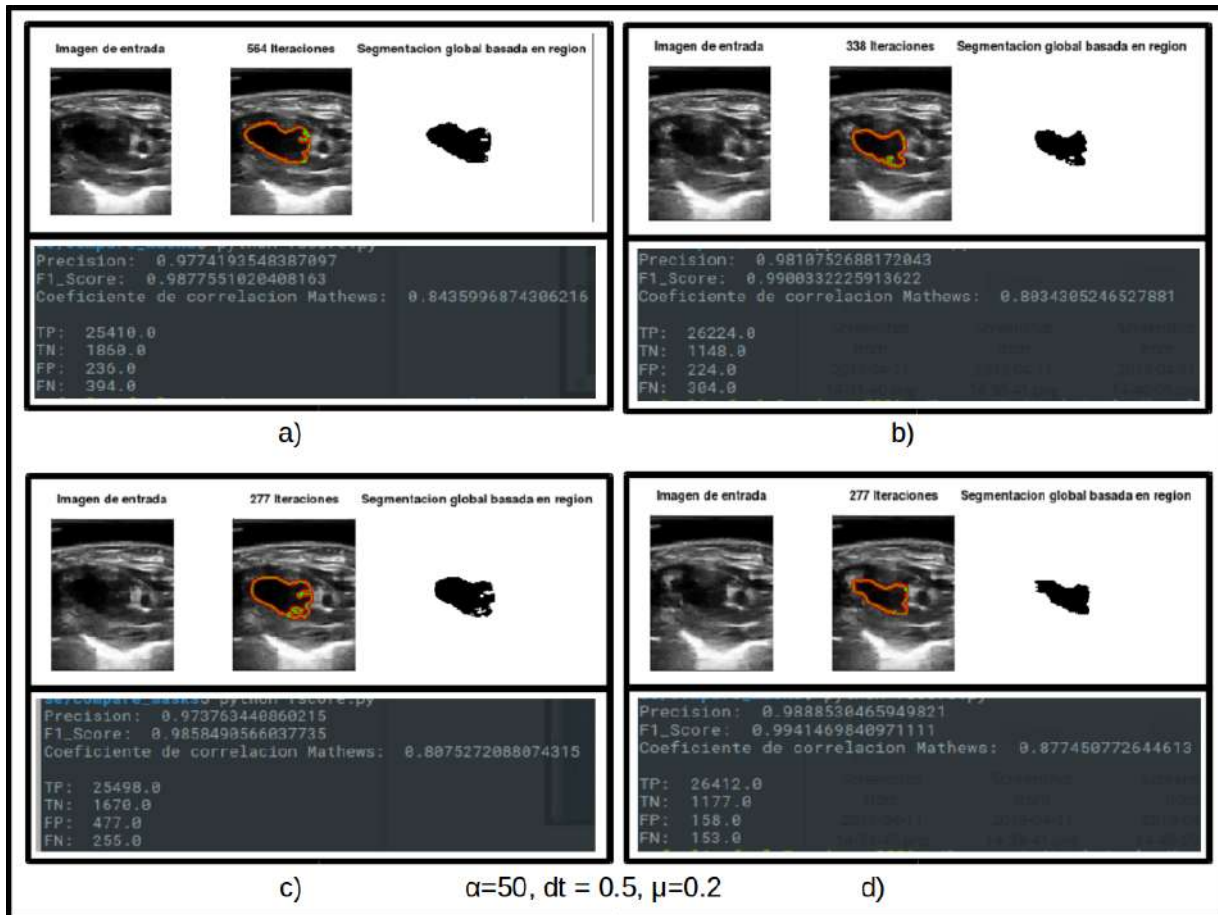


Figura 5.21: Resultado de la segmentación $\alpha = 50$, $dt = 0,5$ y $\mu = 0,2$

El resultado obtenido se aprecia en la Figura 5.21 donde comparado con la ejecución anterior se puede apreciar un incremento en los valores de precisión, F1 score y MCC, siendo el inciso d) el único que se mantiene sin cambios en sus valores.

Con los resultados obtenidos y análisis de los valores realizados se infiere que los mejores valores de los parámetros se dan en la Figura 5.21, siendo estos $\alpha = 50$, $dt = 0,5$ y $\mu = 0,2$, ya que se obtiene una mejora en los valores de precisión, F1 score y MCC para todos los incisos presentados en la imagen.

5.5. Prueba del algoritmo

Las pruebas realizadas en la presente sección toman en cuenta pacientes de control en los días 0 y 5. La sección de pruebas del algoritmo se dividió en imágenes del ventrículo en diástole, cuyo conjunto nivel es el promedio de las máscaras en diástole, imágenes en sístole siendo el conjunto nivel el promedio de las máscaras en sístole, imágenes en diástole con el leve desplazamiento del transductor cuyo conjunto nivel es el resultado del promedio de sus máscaras y por último imágenes en sístole con un leve desplazamiento en el transductor. Los resultados que se presentan a continuación muestran el resultado final del algoritmo de segmentación semiautomática, los valores de precisión, F1 score y MCC obtenidos (imagen izquierda) mientras que en el lado derecho encontramos la imagen de la segmentación resultante más la aplicación de las operaciones morfológicas de puente y relleno.

Operaciones Morfológicas

La morfología matemática se basa en operaciones de teoría de conjuntos. En el caso de imágenes binarias, los conjuntos tratados son subconjuntos de Z^2 y en el de las imágenes en escala de grises, se trata de conjuntos de puntos con coordenadas en Z^3 . Las operaciones morfológicas simplifican imágenes y conservan las principales características de forma de los objetos. Un sistema de operadores de este tipo y su composición, permite que las formas subyacentes sean identificadas y reconstruidas de forma óptima a partir de sus formas distorsionadas y ruidosas. La morfología matemática se puede usar, entre otros, con los siguientes objetivos:

- Pre-procesamiento de imágenes (supresión de ruidos, simplificación de formas).
- Destacar la estructura de los objetos (extraer el esqueleto, detección de objetos, envolvente convexa, ampliación, reducción, etc).
- Descripción de objetos (área, perímetro, entre otros).

La operación de puente usada realiza un puente entre pixeles no conectados, esto es, los pixeles con valor 0 son cambiados a 1 si cuentan con dos vecinos diferentes de cero que se

encuentren conectados. La operación de relleno se encarga de aislar pixeles interiores, es decir, 0's individuales que se encuentran rodeados por 1's

Resultados de la prueba



Figura 5.22: Segmentación resultante en diástole sin y con operación morfológica.



Figura 5.23: Segmentación resultante en diástole sin y con operación morfológica.



Figura 5.24: Segmentación resultante en diástole sin y con operación morfológica.



Figura 5.25: Segmentación resultante en diástole sin y con operación morfológica.



Figura 5.26: Segmentación resultante en diástole sin y con operación morfológica.



Figura 5.27: Segmentación resultante en sístole sin y con operación morfológica.



Figura 5.28: Segmentación resultante en sístole sin y con operación morfológica.



Figura 5.29: Segmentación resultante en sístole sin y con operación morfológica.



Figura 5.30: Segmentación resultante en sístole sin y con operación morfológica.



Figura 5.31: Segmentación resultante en sístole sin y con operación morfológica.



Figura 5.32: Segmentación resultante en diástole con leve desplazamiento sin y con operación morfológica.



Figura 5.33: Segmentación resultante en diástole con leve desplazamiento sin y con operación morfológica.



Figura 5.34: Segmentación resultante en diástole con leve desplazamiento sin y con operación morfológica.



Figura 5.35: Segmentación resultante en diástole con leve desplazamiento sin y con operación morfológica.



Figura 5.36: Segmentación resultante en diástole con leve desplazamiento sin y con operación morfológica.



Figura 5.37: Segmentación resultante en sístole con leve desplazamiento sin y con operación morfológica.



Figura 5.38: Segmentación resultante en sístole con leve desplazamiento sin y con operación morfológica.



Figura 5.39: Segmentación resultante en sístole con leve desplazamiento sin y con operación morfológica.



Figura 5.40: Segmentación resultante en sístole con leve desplazamiento sin y con operación morfológica.



Figura 5.41: Segmentación resultante en sístole con leve desplazamiento sin y con operación morfológica.

Analizando los resultados anteriores y las Tablas 5.1, 5.2, 5.3 y 5.4 se observa un aumento en los valores obtenidos de precisión, F1 score y MCC al aplicar las operaciones morfológicas aunque de igual manera hay situaciones en las que en vez de mejorar los resultados los empeora aumentando el número de falsos positivos y falsos negativos clasificando los pixeles en áreas que no corresponden.

Figura	Precisión (%)	F1 score (%)	MCC (%)	TP	TN	FP	FN
Figura 5.22	97.6416	98.7307	82.1177	25591	1651	313	345
Figura 5.22 con operación morfológica.	97.9104	98.8731	84.5971	25575	1742	222	361
Figura 5.23	97.8423	98.8447	82.5822	25752	1546	350	252
Figura 5.23 con operación morfológica.	97.9570	98.9051	83.6814	25744	1586	310	260
Figura 5.24	98.1398	98.9904	87.1832	25443	1938	247	272
Figura 5.24 con operación morfológica.	98.0860	98.9609	86.8563	25428	1938	247	287
Figura 5.25	97.3763	98.5898	79.7926	25587	1581	375	357
Figura 5.25 con operación morfológica.	97.5233	98.6667	81.2952	25567	1642	314	377
Figura 5.26	98.1398	99.010	83.6413	25952	1429	260	259
Figura 5.26 con operación morfológica.	98.2796	99.0837	85.0294	25953	1467	222	258

Tabla 5.1: Resultados del ventrículo en diástole sin aplicar operaciones morfológicas y aplicándolas

Figura	Precisión (%)	F1 score (%)	MCC (%)	TP	TN	FP	FN
Figura 5.27	98.3011	99.1183	75.9173	26642	784	254	220
Figura 5.27 con operación morfológica.	98.3333	99.1345	76.6819	26632	803	235	230
Figura 5.28	98.4409	99.1832	82.1062	26412	1053	179	256
Figura 5.28 con operación morfológica.	98.4337	99.1791	82.2135	26399	1064	168	269
Figura 5.29	97.8423	98.8715	74.3513	26372	926	281	321
Figura 5.29 con operación morfológica.	97.9032	98.9032	75.1890	26375	940	267	318
Figura 5.30	98.5986	99.2670	83.5025	26477	1032	268	123
Figura 5.30 con operación morfológica.	98.5663	99.2498	83.2386	26459	1041	259	141
Figura 5.31	98.3154	99.1239	77.3173	26588	842	216	254
Figura 5.31 con operación morfológica.	98.3692	99.1512	78.4785	26575	870	188	267

Tabla 5.2: Resultados del ventrículo en sístole sin aplicar operaciones morfológicas y aplicándolas

Figura	Precisión (%)	F1 score (%)	MCC (%)	TP	TN	FP	FN
Figura 5.32	98.2760	99.0605	88.6670	25358	2061	166	315
Figura 5.32 con operación morfológica.	98.1685	99.0013	88.0580	25327	2062	165	346
Figura 5.33	98.3477	99.1148	86.7595	25810	1629	283	178
Figura 5.33 con operación morfológica.	98.4373	99.1620	87.6130	25796	1668	244	192
Figura 5.34	98.0215	98.9321	85.4955	25570	1778	283	269
Figura 5.34 con operación morfológica.	98.0573	98.9512	85.8086	25567	1791	270	272
Figura 5.35	98.3262	99.0856	89.2536	25301	2132	170	297
Figura 5.35 con operación morfológica.	98.3297	99.0875	89.2740	25302	2132	170	296
Figura 5.36	97.9498	98.8890	86.3570	25341	1987	212	360
Figura 5.36 con operación morfológica.	98.0179	98.9212	86.7954	25353	1994	205	348

Tabla 5.3: Resultados del ventrículo en diástole con leve desplazamiento sin aplicar operaciones morfológicas y aplicándolas

Figura	Precisión (%)	F1 score (%)	MCC (%)	TP	TN	FP	FN
Figura 5.37	99.0466	99.5093	82.8396	26970	664	117	149
Figura 5.37 con operación morfológica.	99.1398	99.5572	84.5190	26983	677	104	136
Figura 5.38	99.0538	99.5131	82.7876	26980	656	113	151
Figura 5.38 con operación morfológica.	99.0358	99.5038	82.5465	26974	657	112	157
Figura 5.39	98.9498	99.4583	82.2937	26900	707	147	146
Figura 5.39 con operación morfológica.	98.9534	99.4601	82.4651	26895	713	141	151
Figura 5.40	98.8996	99.4332	80.8900	26926	667	103	204
Figura 5.40 con operación morfológica.	98.8996	99.4330	81.0648	26920	673	97	210
Figura 5.41	99.0896	99.5306	84.5489	26926	720	113	141
Figura 5.41 con operación morfológica.	99.0645	99.5176	84.1526	26921	718	115	146

Tabla 5.4: Resultados del ventrículo en sístole con leve desplazamiento sin aplicar operaciones morfológicas y aplicándolas

5.6. Resumen

En el proyecto se cuenta con cuatro conjuntos de nivel distintos, dos que corresponde al ventrículo en diástole y sístole y otros dos debidos al leve desplazamiento del ventrículo en diástole y sístole. Las pruebas fueron llevabas a cabo para las imágenes en diástole y sístole con sus respectivos conjuntos de nivel. La búsqueda de los parámetros del algoritmo arrojó

como mejores resultados $\alpha = 50$, $dt = 0,5$ y $\mu = 0,2$ los cuales se consiguieron comparando los resultados obtenidos de precisión, F1 score y MCC en cada ejecución. Durante las pruebas del algoritmo se obtuvieron valores de segmentación precisas, mayores al 95% y se trataron de mejorar dichos números empleando operaciones morfológicas la cual dió como resultado una aumento en los resultados de precisión, F1 score y MCC siendo este no sustancial pero significativo.

Capítulo 6

Conclusión

6.1. Conclusiones

El presente proyecto de tesis comprendió de una serie de etapas durante su desarrollo, entre las que se pueden mencionar que llevaron una curva de aprendizaje mayor se encuentran la comprensión de los modelos matemáticos de los trabajos previos relacionados con la segmentación de imágenes en ultrasonido, la identificación del modelo que se pueda ajustar en mejor medida mediante los artículos leídos previamente y por último, el proceso de entrenamiento para reconocer el área ventricular izquierda del corazón del ratón, el cual tuvo una duración de seis meses. El modelo matemático propuesto para resolver el problema de la segmentación semiautomática de imágenes ultrasónicas posee ventajas y desventajas. Entre las ventajas encontramos que el modelo puede ser aplicado para segmentar cualquier área o región del corazón murino o de cualquier imagen de ultrasonido. Otras de las ventajas es la capacidad de realizar la segmentación en imágenes ultrasónicas de baja calidad teniendo un resultado apropiado aunque no tan preciso. Entre las desventajas podemos encontrar la necesidad de realizar un pre-procesado de la imagen antes de usarla como entrada en el algoritmo, la necesidad de realizar un proceso de registramiento y alineación de tal forma que la imagen y el conjunto de nivel queden alineados para obtener la correcta segmentación del área o región requerida (en este caso ventrículo izquierdo). El proceso de optimización de los parámetros se realizan de forma manual hasta obtener el valor de ellos que otorgue los mejores valores de precisión, F1 score y MCC. El uso de operaciones morfológicas ayuda de forma significativa a elevar el porcentaje en los valores resultantes de validación. El presente trabajo puede ser considerado como un preámbulo para la segmentación de imágenes en ultrasonido con una calidad de imagen baja y que se obtienen resultados de segmentación apropiados.

6.2. Trabajo a futuro

Cuando se refiere al proyecto como un antecedente se puede concluir que se tiene aún mucho trabajo por delante que recorrer para lograr obtener un algoritmo más robusto y estable que de como resultado una segmentación más precisa. Entre las mejoras que se sugieren se encuentra la implementación de técnicas que mejoren la luminosidad y el contraste de las imágenes ultrasónicas de baja calidad obtenidas. La implementación de un algoritmo de registro más segmentación facilitaría la alineación del modelo de forma a priori permitiendo automatizar de una mejor manera el proceso de segmentación. El desarrollo e implementación de un algoritmo que de forma automática arroje los resultados de parámetros óptimos para obtener una segmentación más precisa. Por último, el uso de aprendizaje profundo o aprendizaje máquina para llevar a cabo la segmentación de tal forma que se obtenga un resultado más preciso al llevar a cabo dicho proceso. En imágenes binarias las operaciones morfológicas más importantes son: dilatación, erosión, transformada de hit o miss, apertura y cierre, mientras que en imágenes en escala de grises se encuentran la dilatación, erosión, apertura y cierre.

Bibliografía

- [1] Alfaro, A., and Sispir, I. Diseño de un Algoritmo de Segmentación de Imágenes aplicando el Funcional de Mumford-Shah para mejorar el desempeño de los Algoritmos Clásicos de Segmentación. 136.
- [2] Bridal, S. L., Correas, J. M., Saïed, A., and Laugier, P. Milestones on the road to higher resolution, quantitative, and functional ultrasonic imaging. *Proceedings of the IEEE* 91, 10 (2003), 1543–1561.
- [3] Chan, T., and Wei Zhu. Level set based shape prior segmentation. In *2005 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR'05)* (June 2005), vol. 2, pp. 1164–1170 vol. 2.
- [4] Chan, T. F., and Vese, L. A. Active contours without edges. *IEEE Transactions on Image Processing* 10, 2 (2001), 266–277.
- [5] Chang, R.-F., Wu, W.-J., Moon, W. K., and Chen, D.-R. Automatic ultrasound segmentation and morphology based diagnosis of solid breast tumors. *Breast cancer research and treatment* 89 (02 2005), 179–85.
- [6] Chen, C. M., Lu, H. H. S., and Lin, Y. C. An early vision-based snake model for ultrasound image segmentation. *Ultrasound in Medicine and Biology* 26, 2 (2000), 273–285.
- [7] Chen, S., Cremers, D., and Radke, R. J. Image segmentation with one shape prior — a template-based formulation. *Image and Vision Computing* 30, 12 (2012), 1032 – 1042.
- [8] Chen, Y., D. Tagare, H., Thiruvankadam, S., Huang, F., Clifford Wilson, D., Gopinath, K., W. Briggs, R., and A. Geiser, E. Using prior shapes in geometric active contours in a variational framework. *International Journal of Computer Vision* 50 (12 2002), 315–328.

- [9] Cremers, D., Rousson, M., Suri, J., Farag, A., and Micheli-Tzanakou, E. Efficient Kernel Density Estimation Of Shape And Intensity Priors For Level Set Segmentation. 08 2007, pp. 447–460.
- [10] Cremers, D., Sochen, N., and Schnorr, C. Towards recognition-based variational segmentation using shape priors and dynamic labeling. pp. 388–400.
- [11] Geman, S., and Geman, D. Stochastic relaxation, gibbs distributions, and the bayesian restoration of images. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence PAMI-6, 6 (Nov 1984), 721–741.
- [12] Hamarneh, G., and Gustavsson, T. Combining snakes and active shape models for segmenting the human left ventricle in echocardiographic images. Computers in Cardiology 2000. Vol.27 (Cat. 00CH37163), December 2016 (2000), 115–118.
- [13] Jolliffe, I. T., Cadima, J., and Cadima, J. Principal component analysis : a review and recent developments Subject Areas : Author for correspondence :.
- [14] Leventon, M. E., Faugeras, O., Grimson, W. E. L., and Well, W. M. Level set based segmentation with intensity and curvature priors. In 5th IEEE EMBS International Summer School on Biomedical Imaging, 2002. (June 2002), pp. 8 pp.–.
- [15] Liu, B., Cheng, H. D., Huang, J., Tian, J., Tang, X., and Liu, J. Probability density difference-based active contour for ultrasound image segmentation. Pattern Recognition 43, 6 (2010), 2028–2042.
- [16] Lopez, X., Haro, P., and Hevia, N. ELECTROCARDIOGRÁFICOS Y ECOCARDIOGRÁFICOS PARA LA EVALUACIÓN DE LA FUNCIÓN CARDÍACA EN RATONES (Mus TESIS MÉDICO VETERINARIO ZOOTECNISTA XENIA LÓPEZ BLANCO Asesores :. PhD thesis, 2018.
- [17] M. Lorigo, L., Faugeras, O., E. L. Grimson, W., Keriven, R., Kikinis, R., and Westin, C.-F. Co-dimension 2 geodesic active contours for mra segmentation. Lecture Notes in Computer Science (02 1970).
- [18] Morar, A., Moldoveanu, F., and Groller, E. Image Segmentation Based on Active Contours without Edges. 213–220.
- [19] Mumford, D. K., and Shah, J. Optimal approximations by piecewise smooth functions and associated variational problems.

- [20] Noble, J. A., and Boukerroui, D. Ultrasound image segmentation: A survey. *IEEE Transactions on Medical Imaging* 25, 8 (2006), 987–1010.
- [21] Organization, W. H. Chagas disease (american trypanosomiasis), 2018.
- [22] Organization, W. H. Diagnostic imaging, 2018.
- [23] Osher, S., and Fedkiw, R. P. Level set methods: An overview and some recent results. *Journal of Computational Physics* 169, 2 (2001), 463 – 502.
- [24] Osher, S., and Sethian, J. A. Fronts propagating with curvature-dependent speed: Algorithms based on hamilton-jacobi formulations. *Journal of Computational Physics* 79, 1 (1988), 12 – 49.
- [25] Paragios, N., and Deriche, R. Geodesic active regions for supervised texture segmentation. In *Proceedings of the Seventh IEEE International Conference on Computer Vision* (Sep. 1999), vol. 2, pp. 926–932 vol.2.
- [26] Rudin, L. I., Osher, S., and Fatemi, E. Nonlinear total variation based noise removal algorithms. *Physica D: Nonlinear Phenomena* 60, 1 (1992), 259 – 268.
- [27] Tsai, A., Yezzi, A., and Willsky, A. S. Curve evolution implementation of the mumford-shah functional for image segmentation, denoising, interpolation, and magnification. *IEEE Transactions on Image Processing* 10, 8 (Aug 2001), 1169–1186.
- [28] Tsai, A., Yezzi, a., J., Wells, W., I., Tempany, C., Tucker, D., Fan, A., Grimson, W., and Willsky, A. Model-based curve evolution technique for image segmentation. *Proceedings of the 2001 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. CVPR 2001* 1 (2001), 463–468.
- [29] V. Uc-Cetina, C. Brito-Loeza, H. R.-P. Chagas Parasites Detection through. 1998 *ACM Computing Classification System*. 8, 2013 (1998), 6–17.
- [30] Yezzi, A., Tsai, A., and Willsky, A. A statistical approach to snakes for bimodal and trimodal imagery. In *Proceedings of the Seventh IEEE International Conference on Computer Vision* (Sep. 1999), vol. 2, pp. 898–903 vol.2.
- [31] Yushkevich, P. A., Piven, J., Cody Hazlett, H., Gimpel Smith, R., Ho, S., Gee, J. C., and Gerig, G. User-guided 3D active contour segmentation of anatomical structures: Significantly improved efficiency and reliability. *Neuroimage* 31, 3 (2006), 1116–1128.

- [32] Zhou, Y.-Q., Foster, F. S., Nieman, B. J., Davidson, L., Chen, X. J., and Henkelman, R. M. Comprehensive transthoracic cardiac imaging in mice using ultrasound bi microscopy with anatomical confirmation by magnetic resonance imaging. *Physiological Genomics* 18, 2 (2004), 232–244.